

# Investigating the Effective Numerical Solution Parameters in Calculating the Roll Damping Coefficient

M. Momivand<sup>1</sup>, H. Mohammadkhani<sup>2\*</sup>, J. Heidary<sup>3</sup> and S.M.H. Vaezi<sup>4</sup>

1, 2, 3 and 4. Faculty of Engineering, Imam Hossein University

\*Postal Code: 1698715461, Tehran, IRAN

[hmohammadkhani@ihu.ac.ir](mailto:hmohammadkhani@ihu.ac.ir)

*Determining aerodynamic coefficients and control and stability derivatives play an important role in the development of flight vehicles. In this paper, roll damping coefficient of BASIC FINNER standard model is determined at different attack angles and with various Mach numbers using numerical Sliding Mesh method. Also, the impact of the effective parameters such as amplitude and frequency of oscillation, time step and number of iteration in each step in numerical solution are investigated to determine the roll damping coefficients. Geometry modeling and grid generation and the flow analysis are done by ANSYS CFX and ANSYS FLUENT software, respectively. In this simulation, Euler's flow equations, compressible and unsteady flow, finite volume method and density based solver with explicit formulation and first-order accuracy for a numerical solution are used. To evaluate the results of a numerical study, a comparison is made between the experimental data and MD results, indicating that the results have a good accuracy.*

**Keyword:** Numerical analysis, Roll damping coefficient, Amplitude and frequency of oscillation, Time step, Experimental data

---

1. M. Sc.

2. Assistant Professor (Corresponding Author)

3. M. Sc.

4. B. Sc.

# بررسی پارامترهای تأثیرگذار حل عددی در محاسبه ضریب میرایی چرخش

محمد مومیوند<sup>۱</sup>، حسن محمدخانی<sup>۲\*</sup>، جواد حیدری<sup>۳</sup> و سید محمدحسین واعظی<sup>۴</sup>

۱، ۲، ۳ و ۴ - دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه جامع امام حسین (ع)

\*تهران، صندوق پستی: ۱۶۹۸۷۱۵۴۶۱

hmohammadkhani@ihu.ac.ir

به دست آوردن ضرایب آیرودینامیکی و مشتقات کنترل و پایداری نقش مهمی را در طراحی وسایل پرنده ایفا می‌نماید. بیشترین کاربرد این ضرایب در شبیه‌سازی مسیر پروازی و تعیین تغییرات سرعت دورانی راکت و طراحی سیستم هدایت و کنترل پرنده‌های هدایت‌شونده می‌باشد. در این مقاله، به نحوه محاسبه ضریب دمینگ چرخش مدل استاندارد پیسیک فینر در ماخ‌ها و زوایای حمله مختلف با استفاده از روش عددی شبکه سرشی پرداخته شده است. همچنین، اثر پارامترهای تأثیرگذار مانند دامنه و دوره تناوب (فرکانس) نوسان، گام زمانی حل عددی و تعداد تکرار در هر گام زمانی برای تعیین ضرایب میرایی گشتاور چرخش بررسی شده است. مدل‌سازی و شبکه‌بندی هندسه توسط نرم افزار آی سی ام سی اف دی و تحلیل جریان به وسیله نرم افزار انسیس فلونت انجام شده است. در این شبیه‌سازی از معادلات جریان اولیر، تراکم‌پذیر و ناپایا استفاده و برای حل عددی از روش حجم محدود و حل‌کننده بر مبنای چگالی با فرمول‌بندی صریح و دقت مرتبه اول بهره گرفته شده است. برای ارزیابی صحت نتایج حاصل از روش عددی، مقایسه‌ای با داده‌های تست تجربی و کد مهندسی MD صورت گرفته است که نشان می‌دهد، نتایج به دست آمده از دقت خوبی نسبت به داده‌های تجربی برخوردار است.

واژه‌های کلیدی: تحلیل عددی، ضریب میرایی چرخش، دامنه و دوره تناوب نوسان، گام زمانی، داده‌های تجربی

| علائم و اختصارات |   |
|------------------|---|
| c                | قطر مدل   |
| t                | زمان  |
| CLL              | ضریب ممان چرخش  |
| Cl <sub>p</sub>  | مشتق دینامیکی ضریب ممان چرخش ناشی از تغییرات زاویه حمله |
| ρ                | چگالی   |
| F                | بردار فلاکس   |
| E                | انرژی کل  |
| u, v, w          | مولفه‌های سرعت در جهت x, y و z                          |
| U                | بردار سرعت  |
| U <sub>g</sub>   | بردار سرعت حرکت شبکه                                    |
| P                | فشار جریان  |
| α                | زاویه حمله (درجه)                                       |
| V                | اندازه سرعت   |
| ω                | سرعت زاویه‌ای (رادیان بر ثانیه)                         |
| T                | دوره تناوب نوسان  |
| φ                | زاویه دوران چرخش  |
| ᾱ               | دامنه نوسان زاویه حمله (درجه)                           |
| p                | نرخ چرخش (رادیان بر ثانیه)                              |

۱. کارشناسی ارشد

۲. استادیار (نویسنده مخاطب)

۳. کارشناسی ارشد

۴. کارشناسی

## مقدمه

[۱۰]. شنتس<sup>۱۳</sup> در سال ۱۹۶۰ داده‌های تجربی مشتقات دینامیکی و ضرایب استاتیکی مدل سه‌بعدی پیسیک فینر را در شرایط مختلف جریان ارائه داده است [۱۱]. در مقالات دیگری نیز با استفاده از روش‌های عددی به پیش‌بینی ضرایب میرایی مدل‌های استاندارد پرداخته‌اند [۱۲-۱۴]. مرزآبادی و کمالی مقدم به بررسی مشتقات دینامیکی طولی یک ایرفویل از نوع ناکا سری ۶ که تحت نوسان اجباری پیچشی و انتقالی در شرایط مختلف تونل باد قرار گرفته‌اند، پرداخته‌اند [۱۵]. یه<sup>۱۴</sup> و زاو<sup>۱۵</sup> در سال ۲۰۱۴ مطالعه و بررسی تأثیر حرکت چرخش در پایداری مدل استاندارد را مورد بررسی قرار داده‌اند [۱۶]. چن<sup>۱۶</sup> در سال ۲۰۱۵ ضرایب دمپینگ را برای مدل‌های استاندارد موشکی و هواپیمایی در زوایای حمله متفاوت و ماخ‌های متفاوت به‌صورت تحلیل عددی به‌دست آورده‌اند [۱۷]. لیو<sup>۱۷</sup> در سال ۲۰۱۶ به بررسی ضرایب دمپینگ ممان پیچشی و چرخش مدل استاندارد به روش عددی و مقایسه آن با داده‌های تجربی در اعداد ماخ مختلف پرداخته است [۱۸].

## معادلات حاکم

معادلات جریان سیال در حالت سه‌بعدی، غیرلزج، تراکم‌پذیر و ناپایا، موسوم به معادلات اوپلر بوده و روابط آن در حالت انتگرالی به‌صورت روابط (۱) تا (۳) است. در این فرمول‌ها،  $U$  سرعت نسبی جریان در سطح المان بوده و توسط رابطه (۴) تعیین می‌شود.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \bar{W} d\Omega + \oint_{\partial\Omega} (\bar{F}_C) ds = 0 \quad (1)$$

$$\bar{W} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\bar{F}_C = \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + n_x p \\ \rho v U + n_y p \\ \rho w U + n_z p \\ (\rho e + p)U + p U_g \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$U = n_x u + n_y v + n_z w - U_g \quad (4)$$

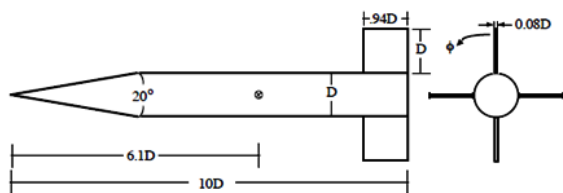
در این مقاله برای تعیین ضریب میرایی چرخش با استفاده از کد UDF، هندسه مورد نظر حول محور مرکزی (محور طولی) به‌صورت سینوسی با سرعت زاویه‌ای  $\omega$  نوسان داده می‌شود.  $\Phi$  زاویه دوران چرخش و  $P$  نرخ دوران چرخش است که در روابط (۵)

غیردائم بودن جریان حول پرنده‌ها در برخی قسمت‌های مسیر پروازی باعث پیچیدگی جریان پیرامون این اجسام شده و پایداری و کنترل آنها را تحت تأثیر قرار می‌دهد. بنابراین، یافتن ضرایب آیرودینامیکی و مشتقات کنترل-پایداری برای کنترل پرنده‌های هدایت‌شونده مهم می‌باشد. برای محاسبه این ضرایب سه روش تحلیلی، تجربی و عددی وجود دارد. با توجه به پیشرفت روزافزون پردازنده‌های محاسباتی و افزایش سرعت محاسبات و همچنین عدم کارایی روش‌های تحلیلی در مدل‌های پیچیده و هزینه بالای روش‌های تجربی، استفاده از روش‌های عددی جهت شبیه‌سازی جریان اهمیت بیشتری پیدا کرده است. جهت به‌دست آوردن این مشتقات، هندسه مورد نظر حول یک نقطه خاص به نوسان واداشته می‌شود و با تعیین مقدار نیروها و ممان‌های وارد بر آن در زمان‌های مختلف نوسان و استفاده از روابط ریاضی مربوطه این مشتقات تعیین می‌شود.

در همین راستا مقالات گسترده‌ای از سال ۱۹۲۰ برای تعیین ضرایب میرایی با استفاده از روابط تحلیلی، تست تونل باد و اخیراً روش‌های عددی انجام شده است. در سال ۱۹۲۲ ویسبال<sup>۵</sup> با استفاده از معادلات لاپلاس و بدون در نظر گرفتن اثرات لزجت، جریان تراکم-پذیر حول ایرفویل نوسانی را حل کرد [۱]. محققین با استفاده از شبکه با سازمان حول ایرفویل و بال نوسانی، جریان غیردائم را با حل معادلات اوپلر شبیه‌سازی کردند [۲-۴]. روش فتر خطی که اولین بار توسط باتینا<sup>۶</sup> ارائه شده است، متداول‌ترین روش حرکت دادن شبکه بی‌سازمان است [۵]. ریگان<sup>۷</sup> در سال ۱۹۶۴ مطالعه عددی را برای تعیین ضریب میرایی چرخش در رژیم جریان مافوق و مادون صوت انجام داد [۶]. آسلتون<sup>۸</sup> در سال ۱۹۹۷ ضرایب دینامیکی گشتاور پیچشی و گشتاور چرخش مدل پیسیک فینر<sup>۹</sup> را با تست تونل باد در اعداد ماخ و زوایای حمله متفاوت ارائه داده است [۷]. اکتی<sup>۱۰</sup> به مقایسه نتایج حاصل از حل عددی و نتایج تجربی برای مدل سه‌بعدی در اعداد ماخ مختلف پرداخته است [۸]. مورمان<sup>۱۱</sup> ضرایب استاتیکی و دینامیکی حاصل از حل عددی را در زوایای حمله متفاوت با داده‌های تجربی مقایسه کرده است [۹]. پارک<sup>۱۲</sup> در سال ۲۰۰۲ برای تعیین ضرایب میرایی از روش‌های عددی و استفاده از معادلات تراکم‌پذیر اوپلر استفاده کرده است

5. Miguel Visbal
6. John T. Batina
7. FJ Regan
8. Bob L. Uselton
9. basic finner
10. Erdal Oktay
11. Scott M. Murman
12. Soo Hyung Park

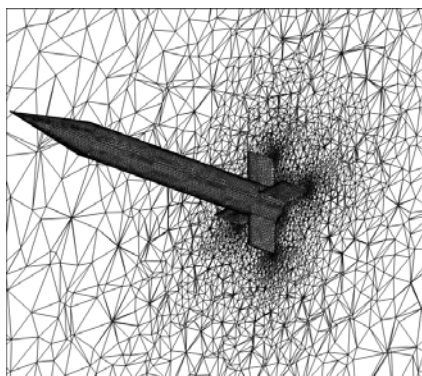
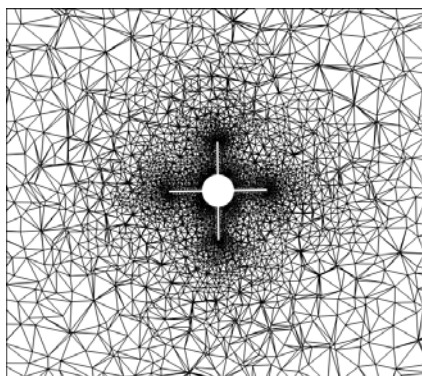
13. Irving Shantz
14. YouDa Ye
15. ZhongLiang Zhao
16. Lan Chen
17. Xu Liu



شکل ۱- هندسه سه‌بعدی مدل استاندارد پیسیک فیبر

## شرایط مرزی

هدف از تعریف شرایط مرزی، مقید ساختن فرم گسسته معادلات برای حل آن در یک چهارچوب خاص و تعریف متغیرهای جریان سیال در مرزهای دامنه محاسباتی است. در واقع شرایط مرزی، ماهیت فیزیکی مسئله را بیان می‌کند و می‌بایست فیزیک مسئله با دقت مدل و شرایط فیزیکی با عبارتهای ریاضی درستی بیان شوند. تعریف مناسب شرط مرزی اهمیت زیادی داشته و در صورت انتخاب نامناسب، نه تنها دقت شبیه‌سازی کاهش می‌یابد، بلکه در مواقعی موجب واگرایی در روند حل می‌شود.



شکل ۲- شبکه تولید شده حول مدل سه‌بعدی استاندارد پیسیک فیبر

و (۶) نشان داده شده است. در رابطه (۷) پارامتری به نام فرکانس کاهش یافته ( $k$ ) تعریف شده که در قسمت بررسی نتایج از آن استفاده می‌شود.

$$\varphi = \bar{\alpha} \sin(\omega t) \quad (5)$$

$$p = \omega \bar{\alpha} \cos(\omega t) \quad (6)$$

$$k = \frac{\omega c}{2V} \quad (7)$$

برای تخمین ضرایب دینامیکی در حرکت‌های نوسانی هارمونیک می‌توان آنها را توابعی خطی از پارامترهای وابسته فرض کرد. در نتیجه در حرکت نوسانی چرخش، ضریب ممان چرخش به صورت تابعی از زاویه حمله، زاویه سمت، نرخ زاویه حمله، نرخ پیچش، نرخ چرخش<sup>۱۸</sup> و نرخ گردش<sup>۱۹</sup> در نظر گرفته می‌شود که برای مسائل با تقارن میدان جریان (بدون زاویه سمت)، این ضریب مطابق با رابطه (۸) فقط تابعی از نرخ چرخش بوده و از سایر پارامترها مستقل می‌شود. بدین ترتیب با انتگرال‌گیری و متوسط‌گیری از رابطه (۸) مقدار ضریب میرایی چرخش برای حرکت نوسانی چرخش به صورت رابطه (۹) تعیین می‌شود [۱۵].

$$CLL = \frac{c}{2V} Cl_p p \quad (8)$$

$$Cl_p = \frac{2V}{c} \frac{\int CLL d\varphi}{\int \varphi d\varphi} = \frac{2V}{c} \frac{\int CLL d\varphi}{(T/2) \bar{\alpha}^2 \omega^2} \quad (9)$$

## مدل‌سازی و شبکه‌بندی

پس از انتخاب هندسه، مدل‌سازی هندسی و تولید شبکه عددی مناسب پیرامون آن انجام می‌شود. جهت مدل‌سازی هندسی و تولید شبکه از نرم‌افزار آی سی ام سی اف دی<sup>۲۰</sup> استفاده شده است. در شکل (۱) هندسه سه‌بعدی مدل استاندارد پیسیک فیبر و در شکل (۲) شبکه تولید شده حول مدل مشاهده می‌شود. ماکزیمم قطر بدنه برای این مسئله ۰/۱ متر در نظر گرفته شده است. همان‌طور که در شکل (۲) مشخص است، شبکه‌بندی به صورت بی‌سازمان تولید شده و با توجه به هندسه مدل، مش‌بندی در نواحی اطراف دماغه و بالک‌ها به اندازه کافی ریز شده است. به دلیل این که رژیم جریان مافوق صوت است، نیاز به انتخاب یک دامنه محاسباتی بزرگ برای حل عددی نیست. با این وجود در این مسئله مرز بی‌نهایت به صورت کره‌ای با قطر شش برابر طول مدل در نظر گرفته شده است.

18. Roll

19. Yaw

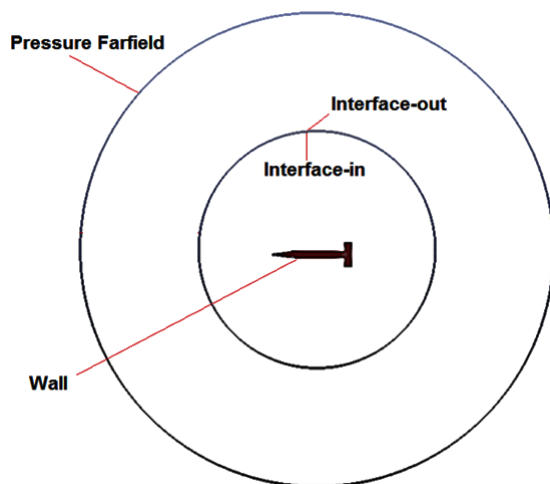
20. ICFM CFD

جدول ۲- تنظیمات نرم‌افزار برای حالت سه‌بعدی

|                      |                       |                       |
|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| Solver               | Type                  | Density Based         |
|                      | Time                  | Transient             |
| Model                | Energy                | Active                |
|                      | Viscous               | Inviscid              |
| Materials            | Fluid                 | Ideal gas(air)        |
| Cell Zone Conditions | Inner Zone            | Mesh Motion           |
|                      | Outer Zone            | Stationary            |
| Boundary Condition   | Basic Finner          | wall                  |
|                      | Interface-in          | Interface             |
|                      | Interface-out         | Interface             |
|                      | Far field             | Pressure Far Field    |
| Solution Methods     | Formulation           | Implicit              |
|                      | Flux type             | Roe-FDS               |
|                      | Gradient              | Green-Gauss Cell Base |
|                      | Flow                  | Second-Order Upwind   |
|                      | Transient Formulation | Second Order Implicit |

### ارائه نتایج

در این قسمت نتایج تحلیل‌های ناپایای عددی حاصل روی هندسه استاندارد سه‌بعدی با استفاده از روش شبکه سرشی برای تعیین ضریب میرایی چرخش ارائه می‌شود. شرایط جریان و همچنین پارامترهای نوسان واداشته در جدول ۳ نشان داده شده است. مدل حول  $0.61$  درصد قطر دماغه نوسان می‌کند.



شکل ۳- شرایط مرزی در نظر گرفته شده برای مدل استاندارد بیسیک فینر

جدول ۳- تنظیمات نرم‌افزار برای حالت دو و سه‌بعدی بیسیک فینر

| عدد ماخ | $\bar{\alpha}$ (deg) | k        | $\omega$ (rad/s) |
|---------|----------------------|----------|------------------|
| ۱/۹۶    | ۱                    | $0.1155$ | ۱۵۷              |

برای حل عددی با استفاده از روش شبکه سرشی<sup>۲۱</sup>، میدان جریان توسط یک کره به دو ناحیه تقسیم شده و برای این که لغزش در مرز داخلی دو کره روی هم به درستی شبیه‌سازی شود، از شرط اینترفیس<sup>۲۲</sup> برای آنها استفاده می‌شود. بدین ترتیب که با استفاده از کد UDF و سابروتین Zone\_Motion ناحیه داخلی با دوره تناوب و دامنه مشخص به نوسان درآمد و این ناحیه در مرز اینترفیس روی ناحیه خارجی می‌لغزد. در نتیجه شبکه‌بندی در روی مدل ثابت است و دچار تغییر شکل نمی‌شود که در نهایت منجر به افزایش سرعت حل عددی در این روش می‌شود.

از شرط فشاری مرز بی‌نهایت<sup>۲۳</sup> نیز برای مرز بی‌نهایت استفاده شده است. همچنین، بدنه بیسیک فینر به‌عنوان دیواره<sup>۲۴</sup> در نظر گرفته شده است. شکل (۳) شرایط مرزی مورد استفاده برای مدل سه‌بعدی بیسیک فینر نشان می‌دهد. با توجه به این که مباحث دمایی و انتقال حرارت در این مسئله اهمیت ندارد، از دادن شرط مرزی دمایی مدل به نرم‌افزار خودداری شده است.

با توجه به افزایش یافتن اثرات لزجت و پدیده جدایش در زوایای حمله بالا، میدان جریان در دو زاویه حمله صفر و  $30$  درجه برای بررسی این موضوع تحلیل شده است. در جدول (۱) مقایسه ضریب دمپینگ چرخش در حالت غیرلزج و حل جریان لزج با مدل توربولانسی SST k-omega در زوایای حمله صفر و  $30$  درجه ارائه شده است. همان‌طور که مشخص است، اختلاف ضریب میرایی در هر دو حالت نزدیک  $1$  درصد است. بنابراین، برای همگرایی سریع‌تر، جریان سیال در زوایای حمله مختلف به‌صورت غیرلزج فرض شده است.

جدول (۲) تنظیمات نرم‌افزار فلوننت را برای حل عددی جریان ناپایا حول مدل نوسانی نشان می‌دهد. با استفاده از این تنظیمات می‌توان ضرایب دمپینگ را به کمک روش شبکه سرشی به‌دست آورد.

جدول ۱- نتایج ضریب میرایی چرخش در حالت غیر لزج و لزج در دامنه نوسان  $1$  درجه، گام زمانی  $0.0004$  و سرعت زاویه‌ای نوسان  $157$  رادیان بر ثانیه برای زوایای حمله صفر و  $30$  درجه

| مدل توربولانسی | زاویه حمله صفر درجه | زاویه حمله $30$ درجه |
|----------------|---------------------|----------------------|
| غیر لزج        | $-22/88$            | $-23/75$             |
| SST k-omega    | $-23/05$            | $-24/01$             |

21. Sliding Mesh  
22. Interface  
23. Pressure Farfield  
24. Wall

### مطالعه استقلال نتایج از شبکه

در این قسمت استقلال نتایج از تعداد المان‌های شبکه بررسی می‌شود. در جدول (۴) نتایج کمی ضریب میرایی چرخش در تحلیل عددی برای سه نوع شبکه با تعداد المان‌های متفاوت ارائه شده است. مطابق با آنها، تغییرات این ضریب میرایی با افزایش تعداد المان‌ها حدود ۲ درصد است. بدین ترتیب از تعداد المان‌های ۲۵۰۰۰۰ در تحلیل‌های عددی استفاده شده است. همه این نتایج در دوره تناوب ۰/۰۲ و دامنه نوسان یک درجه انجام شده است.

جدول ۴- نتایج ضریب میرایی چرخش برای شبکه‌های با تعداد المان مختلف

| تعداد المان‌های شبکه | ضریب میرایی چرخش |
|----------------------|------------------|
| ۲۵۰۰۰۰ المان         | -۲۱/۷۸           |
| ۵۴۰۰۰۰ المان         | -۲۲/۲۲           |
| ۱۶۰۰۰۰۰ المان        | -۲۲/۹۳           |

### اعتبارسنجی نتایج

برای اعتبارسنجی، نتایج ضریب میرایی چرخش برای تعداد المان‌های ۲۵۰۰۰۰ با داده‌های تست تجربی در جدول (۵) مقایسه شده است. هر دو نتایج داده‌های حل عددی و تست تجربی در عدد ماخ ۱/۹۶ و زاویه حمله صفر درجه در شرایط محیطی یک اتمسفر و ۳۰۰ درجه کلون انجام شده است. مطابق با نتایج، حداکثر اختلاف نسبت به داده‌های تجربی حدود ۱ درصد است

جدول ۵- نتایج ضریب میرایی چرخش در مدل سه‌بعدی پیسیک فیز به‌دست آمده از روش عددی شبکه سرشی و داده‌های تجربی

| ضریب میرایی چرخش | نتایج تجربی [۱۰]            |
|------------------|-----------------------------|
| -۲۲              | نتایج تجربی [۱۰]            |
| -۲۱/۷۸           | تحلیل عددی به روش شبکه سرشی |

### بررسی اثر پارامترهای مختلف نوسان روی ضریب میرایی چرخش

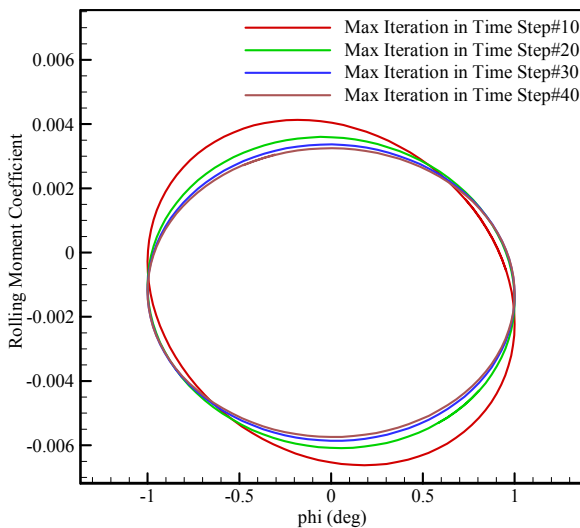
در این قسمت به مطالعه تأثیر پارامترهایی از جمله گام زمانی، تعداد تکرار در هر گام زمانی، دامنه نوسان و دوره تناوب نوسان بر ضریب میرایی چرخش پرداخته و استقلال نتایج نسبت به این پارامترها بررسی می‌شود. آنچه در این مسئله به‌عنوان نوآوری مطرح است، بررسی پارامترهای مختلف حل عددی و نوسان مدل در به‌دست‌آوردن ضریب میرایی چرخش برای افزایش دقت، کاهش خطا و همچنین کاهش زمان حل عددی است.

### تعداد تکرار در هر گام زمانی

تغییرات ضریب ممان چرخش نسبت به زاویه حمله در تعداد تکرارهای متفاوت در هر گام زمانی در شکل (۴) نشان داده شده است. همچنین، جدول (۶) ضریب میرایی چرخش برای تعداد تکرارهای ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ در هر گام زمانی، در دامنه نوسان ۱ درجه و سرعت زاویه‌ای نوسان ۱۵۷ رادیان بر ثانیه و گام زمانی ۰/۰۰۰۴ ثانیه را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است، اختلاف در ضریب دینامیکی گشتاور پیچشی برای تعداد تکرارهای بیشتر از ۳۰، کمتر از ۱٪ است. البته، هرچه گام زمانی استفاده شده در مسأله بزرگتر باشد برای همگرایی بهتر نیاز است تعداد تکرارهای بیشتری در هر گام انجام گیرد. همه تحلیل‌های انجام شده در عدد ماخ ۱/۹۶ و زاویه حمله صفر درجه انجام شده است.

جدول ۶- نتایج ضریب میرایی چرخش نسبت به ماکزیمم تکرار در هر گام زمانی در دامنه نوسان ۱ درجه و سرعت زاویه‌ای نوسان ۱۵۷ رادیان بر ثانیه و گام زمانی ۰/۰۰۰۴ ثانیه

| تعداد تکرار در هر گام زمانی | ضریب میرایی چرخش |
|-----------------------------|------------------|
| ۱۰                          | -۲۶/۲۲           |
| ۲۰                          | -۲۴              |
| ۳۰                          | -۲۲/۹            |
| ۴۰                          | -۲۲/۹            |



شکل ۴- نمودار تغییرات ضریب ممان چرخش برحسب زاویه حمله برای تعداد تکرارهای متفاوت در هر گام زمانی، در دامنه نوسان ۱ درجه، سرعت زاویه‌ای نوسان ۱۵۷ رادیان بر ثانیه و گام زمانی ۰/۰۰۰۴ ثانیه

### گام زمانی

از یک طرف، گام زمانی خیلی بزرگ منجر به کاهش دقت حل عددی و جواب‌های نامطمئن و از طرف دیگر، استفاده از گام زمانی

چرخش کمتر از ۰/۰۱٪ است. بدین ترتیب در تحلیل‌های نهایی از مقدار دامنه نوسان یک درجه استفاده شده است.

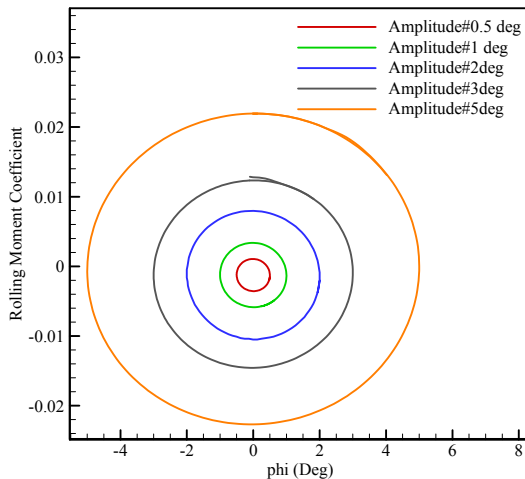
### دوره تناوب نوسان

با توجه به این که حرکت مدل برای تعیین ضرایب دینامیکی به صورت نوسانی (متناوبی) سینوسی است، زمان یک حرکت نوسانی کامل، دوره تناوب حرکت مدل نامیده می‌شود.

**جدول ۸-** نتایج ضریب میرایی چرخش برای دامنه نوسان مختلف در سرعت

زاویه‌ای نوسان ۱۵۷ رادیان بر ثانیه و در گام زمانی ۰/۰۰۲ ثانیه

| دامنه نوسان | ضریب میرایی چرخش |
|-------------|------------------|
| ۰/۵         | -۲۲/۸۹           |
| ۱           | -۲۲/۷۸           |
| ۲           | -۲۲/۸۵           |
| ۳           | -۲۲/۲۴           |
| ۵           | -۲۲/۱۶           |



**شکل ۶-** نمودار تغییرات ضریب ممان چرخش بر حسب زاویه حمله برای دامنه نوسان متفاوت در سرعت زاویه‌ای نوسان ۱۵۷ رادیان بر ثانیه و در گام زمانی ۰/۰۰۲ ثانیه

برای بررسی دوره تناوب نوسان باید به این نکته توجه داشت که اگر دوره تناوب نوسان خیلی کم باشد (فرکانس نوسان بالا)، ممکن است تحلیل‌ها از حالت خطی خارج شود. از طرفی، در صورتی که دوره تناوب نوسان زیاد باشد (فرکانس نوسان کم)، تحلیل‌ها به حالت پایا نزدیک شده و نتایج می‌تواند دور از واقعیت باشد. بنابراین، برای رسیدن به این هدف تحلیل‌های مختلفی با دوره تناوب‌های متفاوت صورت گرفته است. نمودار تغییرات ضریب ممان چرخش بر حسب زاویه حمله در شکل (۷) و مقادیر کمی ضریب میرایی چرخش برای دوره تناوب‌های متفاوت در جدول (۹) نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص است، تغییرات ضریب

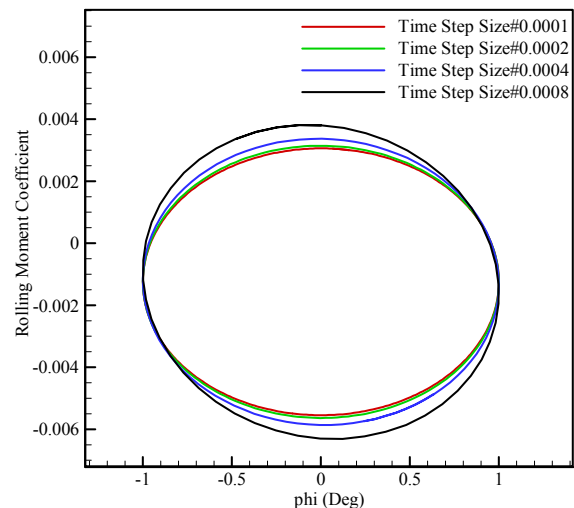
خیلی کوچک باعث افزایش زمان حل می‌شود. بنابراین، تعیین گام زمانی متناسب با مسئله اهمیت بسیاری دارد.

در جدول (۷) نتایج کمی ضریب میرایی چرخش و در شکل (۶) نمودار تغییرات ضریب ممان چرخش بر حسب زاویه حمله برای گام‌های زمانی متفاوت نشان داده شده است. با توجه به شکل (۵)، برای گام زمانی کمتر از ۰/۰۰۲، نمودار ضریب ممان چرخش تقریباً بر هم منطبق می‌شود. بنابراین، در تحلیل‌های نهایی از این گام زمانی استفاده شده است.

**جدول ۷-** نتایج ضریب میرایی چرخش با تغییر گام زمانی در دامنه نوسان ۱

درجه و سرعت زاویه‌ای نوسان ۱۵۷ رادیان بر ثانیه

| اندازه گام زمانی | ضریب میرایی چرخش |
|------------------|------------------|
| ۰/۰۰۰۱           | -۲۱/۴۵           |
| ۰/۰۰۰۲           | -۲۱/۷۸           |
| ۰/۰۰۰۴           | -۲۲/۸۸           |
| ۰/۰۰۰۸           | -۲۵              |



**شکل ۷-** نمودار تغییرات ضریب ممان چرخش بر حسب زاویه حمله برای گام‌های زمانی متفاوت در دامنه نوسان ۱ درجه و سرعت زاویه‌ای نوسان ۱۵۷ رادیان بر ثانیه

### دامنه نوسان

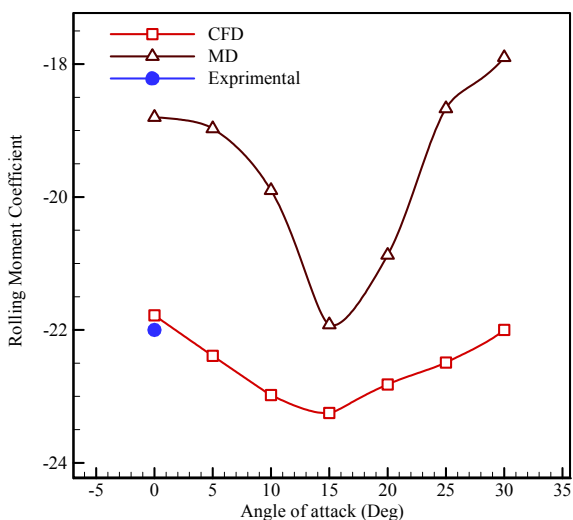
برای دامنه‌های نوسان خیلی بزرگ، حرکت نوسانی ممکن است از حالت خطی خارج می‌شود. بنابراین، در تحلیل جریان باید اثر تغییر دامنه بررسی شود. در شکل ۶، نمودار تغییرات ضریب ممان چرخش بر حسب زاویه حمله برای دامنه‌های مختلف نوسان رسم شده است. هرچه دامنه نوسان کوچکتر باشد، بازه تغییرات ضریب ممان چرخش نیز کمتر می‌شود. همچنین، ضریب میرایی چرخش برای دامنه‌های متفاوت در جدول ۸ نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص است، برای دامنه نوسان نزدیک به یک، اختلاف در ضریب میرایی

**جدول ۱۰-** نتایج حل عددی، تست تجربی و کد MD ضریب میرایی چرخش در ماخ ۱/۹۶ و زوایای حمله مختلف

| کد MD  | حل عددی | داده تجربی | زاویه حمله (درجه) |
|--------|---------|------------|-------------------|
| -۱۸/۸  | -۲۱/۷۸  | -۲۲        | ۰                 |
| -۱۸/۹۸ | -۲۲/۳۹  | -          | ۵                 |
| -۱۹/۹  | -۲۲/۹۸  | -          | ۱۰                |
| -۲۱/۹۲ | -۲۳/۲۵  | -          | ۱۵                |
| -۲۰/۸۸ | -۲۲/۸۲  | -          | ۲۰                |
| -۱۸/۶۷ | -۲۲/۴۹  | -          | ۲۵                |
| -۱۷/۹  | -۲۲     | -          | ۳۰                |

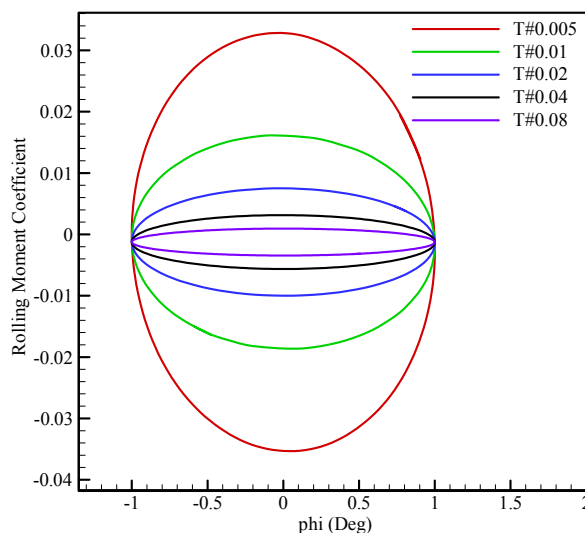
**جدول ۱۱-** نتایج حل عددی، تست تجربی و کد MD ضریب میرایی چرخش در زاویه حمله صفر درجه و عدد ماخ مختلف

| کد MD | حل عددی | داده تجربی | عدد ماخ |
|-------|---------|------------|---------|
| -۴۰   | -۲۲/۸   | -۱۶        | ۱/۱     |
| -۲۵/۸ | -۲۷/۹   | -۲۷        | ۱/۵     |
| -۱۸/۸ | -۲۱/۸۷  | -۲۲        | ۲       |
| -۱۴/۳ | -۱۷/۴۷  | -۱۷        | ۲/۵     |
| -۱۲   | -۱۵/۴۵  | -۱۵        | ۳       |



**شکل ۸-** نمودار ضریب میرایی چرخش بر حسب زاویه برای سه روش حل عددی، تجربی و MD در ماخ ۱/۹۶

میرایی چرخش نسبت به تغییر دوره تناوب نوسان کم است. بدین ترتیب با افزایش دوره تناوب از ۰/۰۲ ثانیه بیشتر، این تغییرات به کمتر از ۱٪ می‌رسد. بدین ترتیب در تحلیل‌های نهایی از مقدار دوره تناوب ۰/۰۲ ثانیه استفاده شده است.



**شکل ۷-** نمودار تغییرات ضریب ممان چرخش نسبت به زاویه حمله در دوره تناوب متفاوت، دامنه نوسان یک درجه و گام زمانی ۰/۰۰۴

### محاسبه ضریب میرایی چرخش در اعداد ماخ و زوایای حمله مختلف

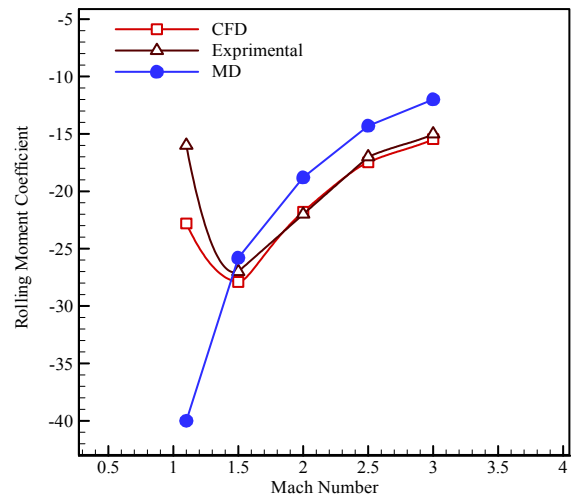
با توجه به نتایج تحلیل‌های فوق، ضریب میرایی چرخش در زوایای حمله و اعداد ماخ متفاوت به دست آمده و مطابق با جداول (۱۰) و (۱۱) و شکل‌های (۸) و (۹) با داده‌های تست تجربی و نتایج کد MD مقایسه شده است. مطابق با شکل‌ها و جداول، در زاویه حمله صفر درجه و اعداد ماخ مختلف داده‌های تجربی و نتایج حل عددی تقریباً بر هم منطبق است. همچنین، نتایج کد MD دارای اختلاف حدود ۲۰ درصدی با داده‌های تجربی است.

**جدول ۹-** نتایج ضریب میرایی چرخش در فرکانس کاهشی (دوره تناوب) مختلف، دامنه نوسان یک درجه، گام زمانی ۰/۰۰۲

| ضریب میرایی چرخش | دوره تناوب | فرکانس کاهشی |
|------------------|------------|--------------|
| -۲۱/۳۹           | ۰/۰۰۵      | ۰/۰۹         |
| -۲۱/۵۳           | ۰/۰۱       | ۰/۰۴۵        |
| -۲۱/۷            | ۰/۰۲       | ۰/۰۲۲۵       |
| -۲۱/۷۸           | ۰/۰۴       | ۰/۰۱۱۳       |
| -۲۱/۸            | ۰/۰۸       | ۰/۰۰۵۶۵      |



- [3] Gaitonde, A.L. and Fiddes, S.P. "A Three- Dimensional Moving Mesh Method for the Calculation of Unsteady Transonic Flows," *Aeronautical Journal*, Vol. 99, No. 984, 1995, pp.150-160.
- [4] Gaitonde, A.L. and Fiddes, S.P. "A Dual-Time for the Solution of the Unsteady Euler Equation", *Aeronautical Journal*, Vol. 98, Issue 976, 1994, pp. 283-291.
- [5] Batina, J.T., "Unsteady Euler Airfoil Solution Using Unstructured Dynamic Meshes," *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 8, 1990, pp.1381-1388.
- [6] Regan, F.J., *Roll Damping Moment Measurements for the Basic Finner at Subsonic and Supersonic Speeds*, NAVORD Report 6652, U.S. Naval Ordnance Laboratory, March 1964.
- [7] Uselton, B.L. and Leroy, M.J., "Experimental Missile Pitch and Roll Damping Characteristics at Large Angles of Attack," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 14, No. 4, 1977, pp. 241-247.
- [8] Oktay, E. and Hasan, U.A., "CFD Predictions of Dynamic Derivatives for Missiles," *AIAA Paper*, Vol. 276, 2002, pp. 14-17.
- [9] Murman, S.M., "Reduced-Frequency Approach for Calculating Dynamic Derivatives," *AIAA Journal*, Vol.45, No. 6, 2007, pp. 1161-1168.
- [10] Hyung Park, S., Kim, Y. and Hyuk Kwon, J., "Prediction of Dynamic Damping Coefficients Using Unsteady Dual-Time Stepping Method," *40<sup>th</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, January 2002.
- [11] Shantz, Irving and Robert Groves, T., *Dynamic and Static Stability Measurements of the Basic Finner at Supersonic Speeds*, Technical Report NAVORD Report 4516, U.S. Naval Ordnance Laboratory, September 1960.
- [12] Bhagwandin, V.A., Sahu, J., "Numerical Prediction of Pitch Damping Stability Derivatives for Finned Projectiles," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 51, No. 5, 2014, pp. 1603-1618.
- [13] Xian-Xu, Y., Han-Xin, Zh. and Yu-Fei, X., "The Pitching Static/ Dynamic Derivatives Computation Based on CFD Methods," *ACTA AERODYNAMICA SINICA*, Vol. 23, No. 4, 2005, pp. 458 – 463.
- [14] Hashimoto, A., "Unsteady Analysis of Aerodynamic Derivatives on Standard Dynamics Model," *51<sup>st</sup> AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace*, Texas, USA 7-10 January 2013.
- [15] Rasi Marzabadi, F. and Kamali Moghaddam, R., "Longitudinal Dynamic Derivatives of an Airfoil under Pitching and Plunging Oscillations in Wind Tunnel," *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 10, 2014, pp. 159-166 (In Persian).
- [16] Ye, Y., Zhao, Z., Tian, H. and Zhang, X., "The stability Analysis of Rolling Motion of Hypersonic Vehicles and Its Validations," *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, Vol. 57, Issue 12, 2014, pp. 2194–2204.
- [17] Fangjian, W. and Chen, L., "Numerical Prediction of Stability Derivatives for Complex Configurations," *Procedia Engineering*, Vol. 99, No. , 2015, pp. 1561-1575.
- [18] Liu, X., Wei, L. and Yunfei, Zh., "Navier–Stokes Predictions of Dynamic Stability Derivatives for Air-Breathing Hypersonic Vehicle," *Acta Astronautical*, Vol. 118, 2016, pp. 262-285.



شکل ۹- نمودار ضریب میرایی چرخش نسبت به تغییرات ماخ برای سه روش عددی، تجربی و MD در زاویه حمله صفر درجه

## نتیجه گیری

هدف اصلی این مقاله بررسی تأثیر پارامترهای مختلف از جمله دامنه و دوره تناوب نوسان، گام زمانی و تعداد تکرار در هر گام زمانی بر نتایج ضریب میرایی چرخش و به دست آوردن جوابی دقیق و مناسب با در نظر گرفتن اثر این پارامترها است. برای رسیدن به این هدف، ضریب میرایی چرخش مدل استاندارد بیسیک فینر با استفاده از روش عددی شبکه سرتی در عدد ماخ ۱/۹۶ و زاویه حمله صفر درجه به دست آمده است. در نهایت، نتایج حاصل از حل عددی با داده‌های تست تونل باد و نتایج کد مهندسی MD در زوایای حمله و اعداد ماخ مختلف مقایسه شده است. این مقایسه نشان می‌دهد که نتایج حل عددی و داده‌های تجربی به خصوص در رژیم جریان مافوق صوت همخوانی خوبی با هم دارند. MD از یک سری نتایج تجربی و روابط ریاضی به صورت نیمه تجربی به محاسبه ضرایب آیرودینامیکی می‌پردازد. به این دلیل، برخی پدیده‌های موجود در جریان سیال مانند اثرات تداخلی، شاک و غیره (به خصوص در نواحی گذر صوت) در آن پیش‌بینی نشده است. از این رو، MD در برخی نتایج وابسته به این پدیده‌ها مقادیر خطای بالایی دارد. اختلاف بین نتایج کد MD با داده‌های تجربی و حل عددی به خوبی در نمودارها به خوبی نشان داده شده است.

## مراجع

- [1] Visbal, M.R., "Effect of Compressibility on Dynamic Stall of Pitching Airfoil," *AIAA Paper*, 1988.
- [2] Lin, C.Q. and Pahlke, K., "Numerical Solution of Euler Equation for Aerofoils in Arbitrary Unsteady Motion," *Aeronautical Journal*, Vol. 98, Issue 976, 1994, pp. 207-214.