

Robust Optimization of Satellite Attitude Control with Thruster Actuators based on Combined Objective Function

V. Bohlouri¹ and S. H. Jalali-Naini^{2*}

1, 2. Mechanical Engineering Department, TarbiatModarress University

*Postal Code: 14115-111, Tehran, IRAN

shjalalinaini@modares.ac.ir

This paper suggests a robust optimization algorithm for the design of the satellite attitude control system in order to increase the robustness of the performance under uncertainties. A single-axis on-off attitude control with rigid dynamics is considered using Schmitt-Trigger and PID controller. The model uncertainties include the moment of inertia, thrust level, thruster delay and the external disturbance amplitude. A weighted combination of expected value and standard deviation of pointing error is considered as an objective function for the robust optimization. The numerical solutions show that the robust optimization reduces the variations of the objective function, i.e. it increases the robustness of the system performance compared to the deterministic optimization.

Keywords: Robust optimization, Satellite attitude control, Uncertainty, On-off thruster actuator

1. PhDStudent

2. Assistant Professor (Corresponding Author)

بهینه‌سازی مقاوم کنترل وضعیت ماهواره با عملگر تراسته مبتنی بر تابع هدف ترکیبی

وحید بهلوری^۱ و سید حمید جلالی نائینی^{۲*}

۱- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس

*نهران، کد پستی: ۱۴۱۱۵-۱۱۱

shjalalinaini@modares.ac.ir

در این مقاله، استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی مقاوم برای طراحی سیستم کنترل وضعیت ماهواره، به منظور بهبود عملکرد آن تحت عدم قطعیت، بیشنهاد شده است. در این راستا، یک ماهواره تک محوره صلب با عملگر تراسته روش-خاموش با اشمیت‌تریگر و PID در نظر گرفته شده است. عدم قطعیت‌های مدل شامل ممان اینرسی، سطح تراست، تأخیر زمانی خالص تراسته و دامنه اغتشاش خارجی است. تابع هدف بهینه‌سازی مقاوم، ترکیب وزنی میانگین قدر مطلق خطای نشانه‌روی و انحراف معیار آن در نظر گرفته شده است. نتایج حل عددی نشان می‌دهد که روش بهینه‌سازی مقاوم در مقایسه با روش بهینه‌سازی معین از نظر مقاوم بودن، عملکرد سیستم کنترل وضعیت را در مقابله با عدم قطعیت‌ها بهبود داده است.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی مقاوم، کنترل وضعیت ماهواره، عدم قطعیت، عملگر تراسته روش-خاموش

علائم و اختصارات	
U_m	سطح تراست
\vec{x}	بردار پارامترهای بهینه‌سازی
\vec{y}	بردار متغیرهای بهینه‌سازی
Y_{old}	مقدار قبلی خروجی اشمیت‌تریگر
Z_2 و Z_1	متغیرهای حالت مدل تراسته
ΔV	صرف سوت
θ	زاویه ماهواره
θ_{ref}	زاویه ورودی
σ	انحراف معیار
τ	تأخیر زمانی خالص تراسته
τ_d	ثابت زمانی مشتق‌گیری
ω	سرعت زاویه‌ای ماهواره
Latin Hypercube Sampling (LHS)	نمونه‌برداری ال‌اجاس
Probability Density Function (PDF)	تابع چگالی احتمال
Proportional–Integral–Derivative (PID)	تناسی-انتگرالی - مشتقی
<hr/>	
۱. دانشجوی دکتری	
۲. استادیار (نویسنده مخاطب)	

الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک برای دو معیار مذکور با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های ممان اینرسی، سطح تراست، مدل تأخیر تراستر و اغتشاش انجام شده است. در این مرجع از بلوک اشمیت‌تریگر^۶ و کنترلگر PID و تراستر با مدل مرتبه دوم به همراه تأخیر زمانی خالص استفاده شده است. در مرجع [۱۸] توابع هدف، عدم قطعیت و مدل تراستر مشابه مرجع [۱۷] بوده، اما از مدولاتور^۷ پهنا و فرکانس پالس به همراه کنترلگر PI-D اصلاح شده و معادلات شبیه بی بعد استفاده شده است. در مرجع مذکور، ضرایب کنترلی مدار با بهینه‌سازی مقاوم توسط الگوریتم ژنتیک دو هدفه به دست آمده است. الگوریتم بهینه‌سازی مقاوم ارائه شده در دو مرجع اخیر به عنوان مطالعه اولیه دارای ساختاری ساده بوده است.

در مقاله حاضر با فرض عدم قطعیت‌های مشابه دو مرجع فوق الذکر از الگوریتم بهینه‌سازی مقاوم در مرجع [۱۹] که برای طراحی سازه دکل‌های کابلی ارائه شده است، به منظور تنظیم ضرایب کنترل وضعیت ماهواره استفاده می‌شود. این الگوریتم در قالب یک ساختار مدون با قابلیت تعریف شرط توقف براساس معیار عملکرد تدوین شده است. به علاوه، اعمال ضریب وزنی در تابع هدف ترکیبی شامل «مقدار متوسط و انحراف معیار» در فرایند بهینه‌سازی مقاوم از دیگر ویژگی‌های این روش است. مزیت استفاده از ضریب وزنی در معیار عملکرد این است که طراح می‌تواند متناسب با کاربری مورد نظر مبتنی بر مقادیر متوسط و انحراف معیار، متغیرهای نهایی را انتخاب نماید. همچنین، استفاده از نمونه‌برداری LHS نیز سبب کاهش بار محاسباتی شده است. بنابراین، در مطالعه حاضر با استفاده از روش مدون بهینه‌سازی مقاوم مذکور، ضرایب کنترل وضعیت ماهواره با ترکیب کنترلگر PID، بلوک اشمیت‌تریگر و تراستر با «مدل مرتبه دوم به همراه تأخیر زمانی خالص» استخراج شده است و مزیت آن بر روش دو مرجع [۱۸، ۱۷] نشان داده شده است.

کنترل وضعیت ماهواره با تراستر

در کنترل وضعیت ماهواره عملگرهای مختلفی استفاده می‌شود. عملگر تراستر دو وضعیتی روش-خاموش به دلیل توانایی اعمال گشتاورهای بالا و سرعت بالای کنترل در مقایسه با عملگرهای گشتاوردهنده مغناطیسی [۲۰] و چرخ عکس‌العملی [۲۱] مورد توجه طراحان بوده است. به منظور تبدیل سیگنال پیوسته کنترلی به سیگنال سه وضعیتی ($+1$) برای یک جفت تراستر دو وضعیتی روش-خاموش (در یک راستا اما دو جهت مخالف) از کنترلگرهای و

مقدمه

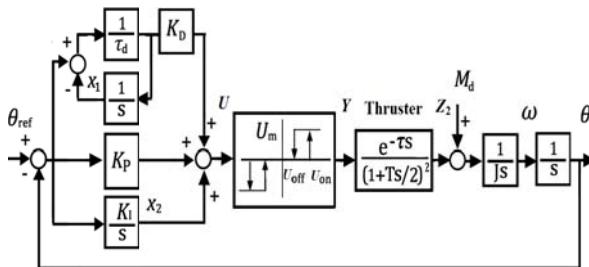
عموماً فرایند های بهینه‌سازی به منظور افزایش بهره‌وری و کاهش هزینه‌ها در طراحی سیستم‌های استفاده می‌شود. روش‌های بهینه‌سازی معین^۳، بهینگی جواب (محلی یا مطلق) را برای مقادیر معین پارامترهای غیرطراحی (پارامترهایی که در مسئله بهینه‌سازی ثابت در نظر گرفته می‌شود)، ارائه می‌کند [۱]. در بسیاری از سیستم‌های مورد استفاده به طور واقعی، تغییرات پارامترهای غیرطراحی مدل به علل مختلف وجود دارد. به علاوه، در یک سیستم بهینه شده ممکن است بهزاری یک همسایگی کوچک حول مقدار معین پارامتر، تابع هزینه به شدت افزایش یابد [۲]. تغییرات پارامترهای مدلبه دلایل مختلفی از جمله تعییر شرایط محیطی (دما، فشار، رطوبت و غیره)، ترانس ساخت و نوع ساختار فیزیکی آتیجاد می‌شود. بدین علت مسئله بهینه‌سازی مقاوم^۴، به عنوان ابزاری برای کاهش تغییرات تابع هزینه در مواجهه با تغییرات پارامترهای مدل در مسائل مختلف مهندسی به ویژه سامانه‌های هوافضایی که صنعتی هزینه‌بر و گران قیمتی می‌باشد، حائز اهمیت است [۴، ۵]. البته در نظر گرفتن عدم قطعیت گاهی با رویکرد کلان سیستمی و گاهی با رویکرد جزئی‌تر، به طور نمونه در مسئله کنترل وضعیت ماهواره انجام می‌شود. بهینه‌سازی با در نظر گرفتن عدم قطعیت در رویکرد طراحی چند موضوعی و نگاه کلان و سیستمی به طراحی ماهواره بسیار مورد استفاده قرار گرفته است [۶-۹]، اما به صورت جزئی و در سیستم‌های کنترل وضعیت ماهواره کمتر مورد نظر بوده است.

در طراحی سامانه کنترل وضعیت ماهواره، عدم قطعیت‌های متعددی وجود دارد که ضروری است در فرایند طراحی، مورد توجه قرار گیرد [۱۰]. فعالیت‌های تحقیقاتی در زمینه کنترل وضعیت ماهواره با در نظر گرفتن عدم قطعیت شامل چند دسته می‌شود. دسته اول مطالعاتی که فقط به بررسی میزان تأثیرگذاری عدم قطعیت در عملکرد سیستم کنترل با شبیه‌سازی مونت کارلو^۵ پرداخته‌اند [۱۱-۱۳]. دسته دوم، طراحی کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از روش‌های کنترل مقاوم است [۱۴-۱۶]. دسته سوم، روش‌های بهینه‌سازی مقاوم است که سعی دارد در فرایند بهینه‌سازی، مقادیری از متغیرها را ارائه دهد که نهایتاً تابع هدف را در برابر عدم قطعیت‌ها مقاوم نماید. در به کارگیری بهینه‌سازی مقاوم در کنترل وضعیت ماهواره تنها دو مرجع [۱۸، ۱۷] در منابع مشاهده شده است. در مرجع [۱۷] مقدار متوسط و انحراف معیار مصرف سوت به عنوان دو تابع هدف مسئله بهینه‌سازی انتخاب شده است.

3. Deterministic Optimization

4. Robust Optimization

5. Monte Carlo



شکل ۱- بلوک دیاگرام کنترل وضعیت ماهواره با اشمیت‌تریگر و کنترلگر PID

مطالعه پارامتری کنترل وضعیت

به منظور مطالعه پارامتری کنترل وضعیت ماهواره با ترکیب بلوک اشمیت‌تریگر و کنترلگر PID، ابتدا با فرض مقادیر ثابت بهره‌های کنترلگر مطابق جدول (۱)، پارامترهای آستانه روشن شدن و آستانه خاموش شدن (U_{on} و U_{off}) را تغییر داده و پارامترهای خطای نشانه‌روی، مصرف سوخت و فعالیت تراسترن به عنوان معیار عملکرد بررسی می‌شود. شکل (۲) نمودار مصرف سوخت بر حسب تغییر پارامترهای آستانه روشن شدن و پارامتر U_{off}/U_{on} را نشان می‌دهد که بیانگر افزایش مصرف سوخت با کاهش مقدار U_{on} و افزایش هیسترزیس ($U_{on} - U_{off}$) است. در شکل (۳)، تعداد دفعات روشن شدن تراسترن بر حسب U_{on} و U_{off}/U_{on} نمایش داده شده است. همان‌طور که از این نمودار مشخص است با کاهش U_{on} ، فعالیت تراسترن به شدت زیاد شده و با کاهش هیسترزیس نیز فعالیت تراسترن افزایش یافته است. در شکل (۴) نمودار میانگین قدرمطلق خطا در ۱۰ ثانیه نهایی به دو صورت سبدی و نمایش کانتوری ترسیم شده است که مطابق آن، با افزایش U_{on} خط افزایش یافته است. لازم به ذکر است که با کاهش مقدار پارامتر آستانه روشن شدن مقدار خطا کمتر می‌شود، اما میزان مصرف سوخت و فعالیت تراسترن افزایش نسبتاً زیادی دارد.

جدول ۱- مقادیر پارامترها در مطالعه پارامتری

واحد	مقدار	پارامتر
Kg.m ²	۱۰	J
s	۲۰	Final Time
s	۰/۰۱	T
s	۰/۰۲	τ
s	۰/۰۱	τ_d
N·m	۰/۰۵	M_d
N·m	۱	U_m
-	۲۰	K_p
s	۱۶	K_D
1/s	۱	K_I

مدولاتورهایی نظیر بلوک اشمیت‌تریگر، مدولاتور پهنهای پالس، مدولاتور پهنا و فرکانس پالس^۸ و مدولاتور نرخ کاذب^۹ استفاده می‌شود [۲۲-۲۴]. یک کلاس از روش‌های کنترل با عملگرهای تراسترن دو وضعیتی، ترکیب مدولاتورها و کنترلگرهای تناسبی-مشتقی-انتگرالی (PID) است [۲۵-۲۷].

بلوک دیاگرام کنترل وضعیت تکمحوره ماهواره صلب با ترکیب کنترلگر PID و بلوک اشمیت‌تریگر و استفاده از عملگر تراسترن با مدل دو جمله‌ای مرتبه دوم با ثابت زمانی معادل (T) به همراه تأخیر زمانی خالص (τ ، مطابق مرجع [۱۷] در شکل ۱) نمایش داده شده است. در این شکل، سیگنال کنترلی تولید شده از کنترلگر PID وارد بلوک اشمیت‌تریگر شده و فرمان سه وضعیتی ($\pm U_m$) وارد مدل عملگر تراسترن می‌شود. معادلات حالت سیستم مذکور با توجه به شکل (۱) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{\theta} = \omega \quad (1)$$

$$\dot{\omega} = \frac{Z_2}{J} + \frac{M_d}{J} \quad (2)$$

$$\dot{Z}_1 = \frac{2}{T}(Y_d - Z_1), Y_d(t) = Y(t - \tau) \quad (3)$$

$$\dot{Z}_2 = \frac{2}{T}(Z_1 - Z_2) \quad (4)$$

$$\dot{X}_1 = \frac{1}{\tau_d}(\theta_{ref} - \theta - X_1) \quad (5)$$

$$\dot{X}_2 = K_I(\theta_{ref} - \theta) \quad (6)$$

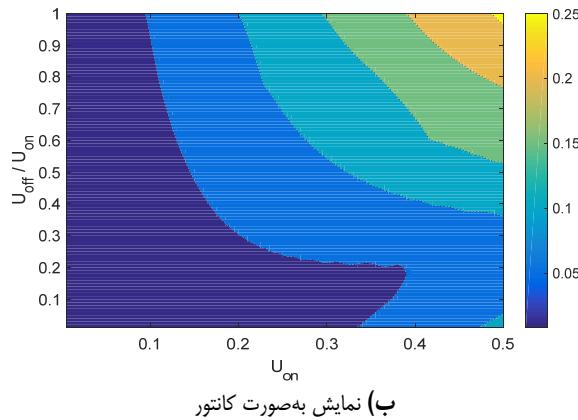
$$Y = F(U, Y_{old}, U_{off}, U_{on}, U_m) \quad (7)$$

که در آن، θ_{ref} ورودی مرجع وضعیت زاویه‌ای، θ وضعیت زاویه‌ای ماهواره، J ممان اینرسی ماهواره صلب، M_d گشتاور اغتشاشی ورودی، U_{off} و U_{on} به ترتیب آستانه شروع و آستانه خاتمه ناجیه هیسترزیس^{۱۰}، U سیگنال ورودی به اشمیت‌تریگر و U_m حداکثر گشتاور اشمیت‌تریگر است. تابع F نمایانگر بلوک اشمیت‌تریگر است $Y = F(U, Y_{old}, U_{off}, U_{on}, U_m)$ و X_2 و X_1 با Z_1 و Z_2 نشان داده شده است. بهره‌های متغیرهای حالت تراسترن با Z_1 و Z_2 نشان داده شده است. بهره‌های تناسبی، مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر کنترلگر PID به ترتیب با K_D ، K_p و K_I نمایش داده شده و τ_d ثابت زمانی مشتق‌گیر با تقریب $K_D S / (1 + \tau_d S)$ است.

8. PWPF

9. Pseudo Rate Modulator

10. Hysteresis



ب) نمایش به صورت کانتور

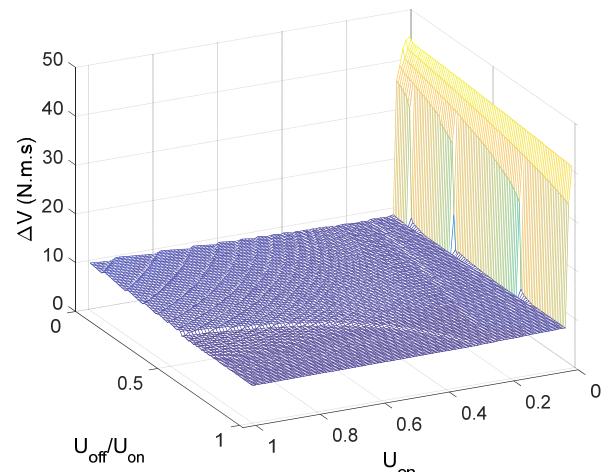
شکل ۴- الف و ب) میانگین قدر مطلق خطای نشانه روی در ۱۰ ثانیه آخر

مطالعه مذکور، به منظور تعیین بازه انتخابی مناسب برای پارامترهای U_{on} و U_{off} انجام شده است. با در نظر گرفتن نمودارهای به دست آمده و حذف قسمت هایی که مصرف سوخت خطا و فعالیت تراستر جهش زیادی داشته است، می توان بازه پیشنهادی برای دو پارامتر بلوک اشمیت تریگر را به صورت جدول (۲) ارائه نمود. به عبارت دقیق تر، مقدار آستانه روشن شدن وابسته به مقدار K_p است. زیرا، بهره های کنترلگر و آستانه روشن شدن و خاموش شدن را محدوده پیشنهادی در نظر گرفت. شایان ذکر است که جدول (۲) برای کاربردهای خاص که نیاز به عکس العمل نسبتاً سریع سیستم کنترل وضعیت است، به طور نمونه استخراج شده است.

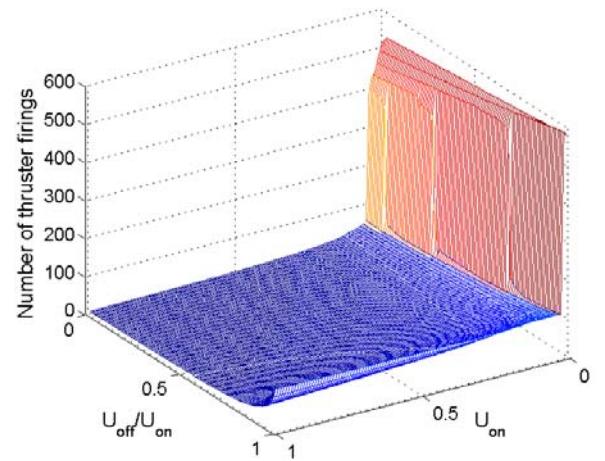
در شبیه سازی کنترل وضعیت ماهواره مطابق شکل (۱)، پارامترهای بلوک اشمیت تریگر در بازه پیشنهادی جدول (۲) به صورت $U_{\text{on}} = 0.15$ و $U_{\text{off}}/U_{\text{on}} = 0.5$ انتخاب شده و سایر پارامترها مطابق جدول (۱) است. نمودار پاسخ بهازای ورودی پله به مقدار ۱۵ درجه در شکل (۵) و نمودار روشن - خاموش شدن تراستر در شکل (۶) ترسیم شده است. علاوه بر این، به دلیل غیرخطی بودن بلوک اشمیت تریگر، چرخه حدی در پاسخ ایجاد می شود که نمودار چرخه (شبیه) حدی در شکل (۷) ترسیم شده است. دامنه و فرکانس چرخه (شبیه) حدی به مقدار پارامترهای سیستم بستگی دارد. همان طور که از دو نمودار اخیر ملاحظه می شود، الگوریتم کنترلی توانسته است با وجود اختشاش ثابت ۰/۰۵ نیوتون متر، با دقت نشانه روی ۰/۲۵ درجه عمل کنترل را انجام دهد.

جدول ۲- بازه پیشنهادی پارامترهای U_{on} و $U_{\text{off}}/U_{\text{on}}$

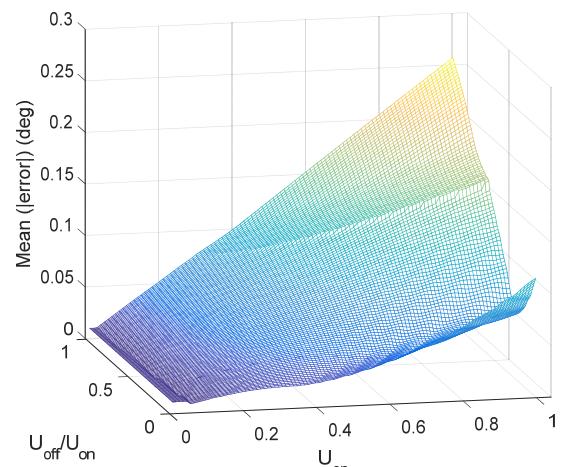
$U_{\text{off}}/U_{\text{on}}$	U_{on}	معیار عملکرد
>0/1	>0/05	مصرف سوخت
<0/9	>0/1	فعالیت تراستر
<0/85	<0/6	خطای نشانه روی
0/1 < $U_{\text{off}}/U_{\text{on}}$ < 0/85	0/1 < U_{on} < 0/6	هر سه معیار



شکل ۲- مصرف سوخت بر حسب پارامتر $U_{\text{off}}/U_{\text{on}}$ و U_{on}



شکل ۳- تعداد دفعات روشن شدن تراستر بر حسب پارامتر $U_{\text{off}}/U_{\text{on}}$ و U_{on}



الف) نمایش سه بعدی

بهینه‌سازی مقاوم

در این بخش، مسئله بهینه‌سازی مقاوم مطابق الگوریتم مرچ [۱۹] تشریح می‌شود. گزاره‌های ریاضی مسئله بهینه‌سازی تحت عدم قطعیت مطابق مرجع مذکور به صورت زیر نوشته می‌شود:

Find \vec{y})

Minimizing $[F(\vec{x}, \vec{y}), \sigma(\vec{x}, \vec{y})]$

Subject to $G_i(\vec{x}, \vec{y}) \leq 0, i = 1, \dots, l$ (۸)

$\vec{y}_{min} \leq \vec{y} \leq \vec{y}_{max}$

$\phi = P_E E[F(\vec{x}, \vec{y})] + P_\sigma \sigma(\vec{x}, \vec{y}) + \text{Penalty}$

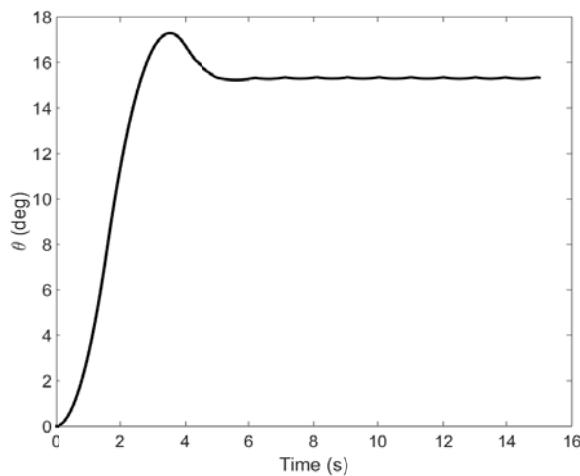
که در آن، \vec{y} بردار متغیرهای مسئله بهینه‌سازی بوده و \vec{x} بردار پارامترهای مسئله بهینه‌سازی است که عدم قطعیت بر روی این بردار اعمال می‌شود. قید مسئله با G نمایش داده شده و بازه متغیرهای مسئله نیز به صورت رابطه (۸) محدود شده است. در رابطه (۸)، F تابع هدف معین بهینه‌سازی بوده و σ انحراف معیار^{۱۱} تابع هدف معین (F) است که هر دو تابعی از پارامترها و متغیرهای مسئله هستند. تابع هدف نهایی بهینه‌سازی (ϕ) با ترکیب وزنی مقدار میانگین و انحراف معیار تابع هدف ساخته می‌شود. در صورت ارضاء نشدن قید مسئله، یک عدد بزرگ به عنوان جرمیه به تابع هدف اصلی اضافه می‌شود. به منظور اعمال عدم قطعیت برای پارامترهای مورد نظر، ابتدا تابع چگالی احتمال^{۱۲} برای پارامترهای دارای عدم قطعیت فرض شده است. سپس، توسط الگوریتم LHS نمونه‌برداری از پارامترها انجام می‌شود. قابل ذکر است که الگوریتم RHS یک روش نمونه‌برداری تصادفی است که به مدل تابع چگالی احتمال گوسی^{۱۳} نزدیک است [۲۸]. در مرحله بعد، مطابق الگوریتم بهینه‌سازی، متغیرهای بهینه‌سازی (\vec{y}) تخمین زده و مقادیر تابع هدف محاسبه می‌شود. این فرایند به تعداد دفعات انتخابی (هزار اجرای برنامه) ادامه یافته تا میانگین و انحراف معیار تابع هدف محاسبه شود. سپس، تابع هدف اصلی (ϕ) که شامل جمع وزن‌دهی شده مقدار میانگین، انحراف معیار و نیز پنالتی است، محاسبه می‌شود. شایان ذکر است که در صورت برآورده نشدن قید مسئله، یک مقدار بزرگ به عنوان پنالتی انتخاب می‌شود. شرط خاتمه برنامه، کمتر شدن میزان تغییرات تابع هدف اصلی (تغییرات ده مقدار اخیر) از یک مقدار کوچک است ($\epsilon < \bar{\phi}_{i-1} - \bar{\phi}_i$). در صورت محقق شدن تابع شرط، فرایند بهینه‌سازی مقاوم خاتمه می‌یابد. در شکل (۸) روند نمایی بهینه‌سازی مقاوم مطابق الگوریتم می‌یابد. در شکل [۱۹] که توسط ونanzی^{۱۴} تدوین شده است، ترسیم شده است.

11. Standard Deviation

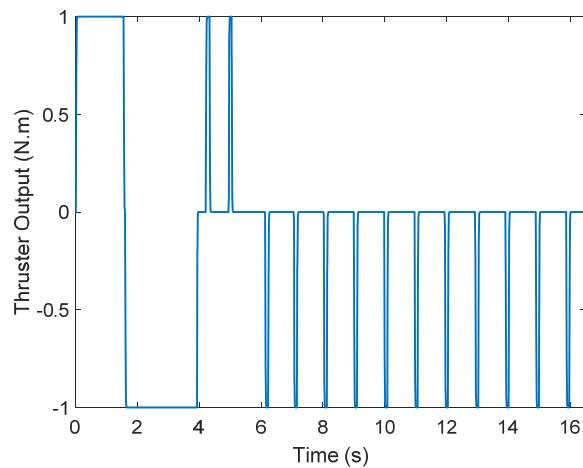
12. Probability Density Function (PDF)

13. Gaussian

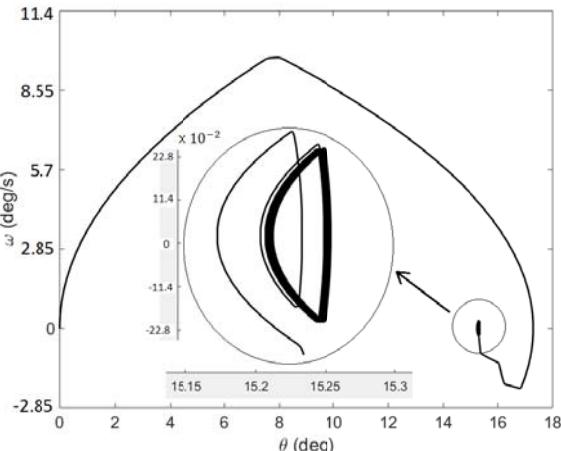
14. Venanzi



شکل ۵- پاسخ سیستم کنترل وضعیت به ورودی پله به مقدار ۱۵ درجه در حضور اغتشاش ۰/۰۵ نیوتون‌متر



شکل ۶- روشن- خاموش شدن تراستر به ورودی پله به مقدار ۱۵ درجه در حضور اغتشاش ۰/۰۵ نیوتون‌متر



شکل ۷- چرخه (شبیه) حدی بهارای ورودی ۱۵ درجه و اغتشاش ۰/۰۵ نیوتون‌متر

که در آن، ضرایب بهره کنترل (K_P, K_D, K_I)، متغیرهای مسئله بهینه‌سازی بوده و میانگین ۱۰ ثانیه آخر خطای نشانه‌روی به عنوان تابع هدف اول و مصرف سوخت (ΔV) به عنوان تابع هدف دوم در نظر گرفته شده است. کمتر بودن میزان فراجهش از مقدار ۱۰ درصد، قید مسئله در نظر گرفته شده و مقدار متغیرهای مسئله به کوچکتر از ۱۰۰ محدود شده است. بهینه‌سازی معین مبتنی بر الگوریتم ژنتیک و به صورت دو هدفه با مقادیر پارامترها جدول (۳) انجام شده است. نتایج حاصل از بهینه‌سازی معین برای دو نقطه حداقل خطأ و حداقل مصرف سوخت در جدول (۴) ارائه شده است.

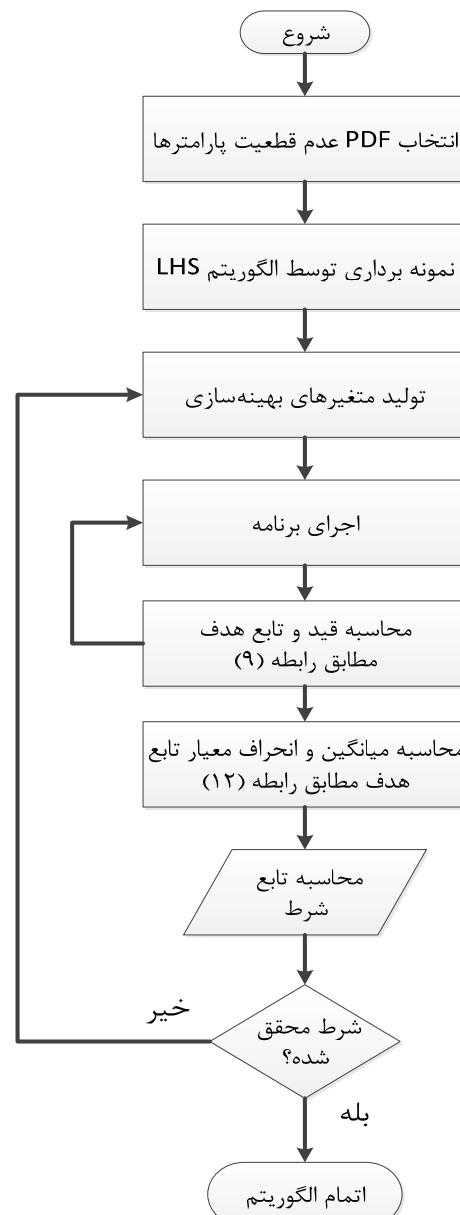
جدول ۳- مقادیر پارامترها در بهینه‌سازی معین

واحد	مقدار	پارامتر
s	۰/۰۲	τ
s	۰/۰۱	τ_d
rad	۰/۱۵	U_{on}
-	۰/۵	U_{off}/U_{on}
N·m	۰/۰۵	M_d
N·m	۱	U_m
rad	۱۵	θ_{ref}
rad	.	$\theta(0)$
rad/s	.	$\omega(0)$

جدول ۴- ضرایب کنترلی حاصل از بهینه‌سازی معین

ملاحظات	مقدار	پارامتر
بهازی نقطه حداقل خطأ	۵۶/۲۴	K_P
	۴۹/۹۹	K_D
	۰/۰۲	K_I
بهازی نقطه حداقل مصرف سوخت	۱۰/۹۳	K_P
	۴۶/۴۶	K_D
	۰/۲۵	K_I

در شکل (۹) جبهه پرتوی حاصل از بهینه‌سازی معین دو هدفه ترسیم شده است که محور افقی نماینگر میانگین خطای ثانیه آخر و محور عمودی مصرف سوخت می‌باشد. مطابق این شکل، در صورتی که تنها خطای نشانه‌روی به عنوان تابع هدف منظور شود، مقدار خطأ کم می‌شود اما مصرف سوخت افزایش می‌یابد. همچنین، با در نظر گرفتن مصرف سوخت به عنوان تابع هدف، خطأ افزایش یافته است. بنابراین، طراح می‌تواند بر حسب نیاز مصالحه‌ای بین خطای نشانه‌روی و مصرف سوخت در کنترل وضعیت درنظر گرفته و ضرایب مناسب کنترلی را برگزیند. بهازی دو نقطه حداقل مصرف سوخت و حداقل خطای نشانه‌روی، پاسخ به ورودی پله با مقدار ۱۵ درجه در شکل (۱۰) ترسیم شده است.



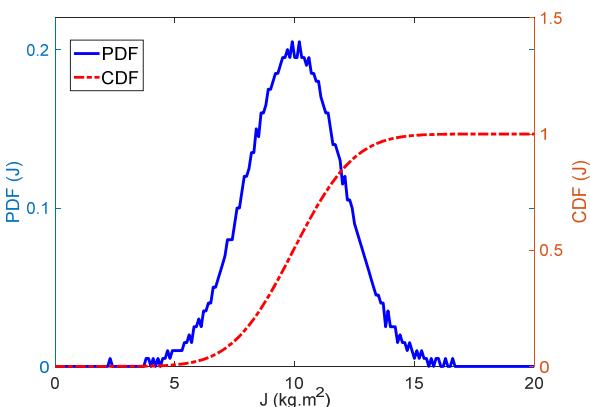
شکل ۸- روندnamای الگوریتم بهینه‌سازی مقاوم

بهینه‌سازی معین کنترل وضعیت ماهواره
در این بخش بهینه‌سازی معین با لحاظ کردن اختشاش ثابت برای کنترل وضعیت ماهواره مطابق شکل (۱) انجام شده است. در بخش آتی با انجام بهینه‌سازی مقاوم، نتایج این دو روش با یکدیگر مقایسه می‌شود. مسئله بهینه‌سازی معین به صورت رابطه (۹) در نظر گرفته می‌شود:

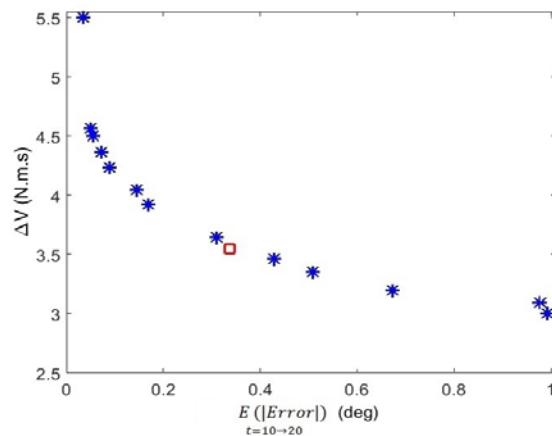
$$\begin{aligned}
 &\text{Find } (K_P, K_D, K_I) \\
 &\text{Minimizing } [\text{Error}, \Delta V] \\
 &\text{Subject to } M_P \leq 10\% \\
 &0 < K_P, K_D, K_I \leq 100
 \end{aligned} \tag{۹}$$

که در آن، ضرایب بهره کنترلی (K_P, K_D, K_I) به عنوان متغیرهای بهینه‌سازی انتخاب شده است. میانگین قدر مطلق خطای نشانه‌روی (در ۱۰ ثانیه آخر) و مقدار انحراف معیار قدر مطلق خطای نشانه‌روی به عنوان دو بخش تابع هدف ترکیبی (ϕ) لحاظ شده است. میزان فراجهش به عنوان قید مسئله انتخاب شده که با روش پنالتی به تابع هدف اضافه می‌شود. عدم قطعیت بر روی پارامترهای ممان اینرسی، سطح تراست، تأخیر زمانی خالص تراست و اندازه اغتشاش به صورت گوسی در نظر گرفته شده که مقدار میانگین و انحراف معیار آن به عنوان ورودی به الگوریتم داده می‌شود. کمتر بودن «میانگین تغییرات تابع هدف» بهازای ده مقدار اخیر آن از مقدار 10^{-7} به عنوان شرط توقف لحاظ شده است.

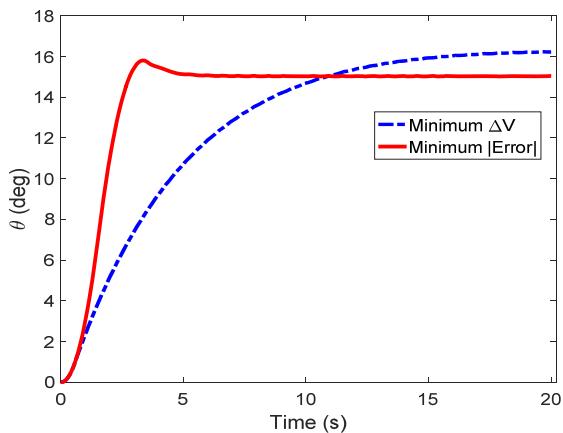
ابتدا بهینه‌سازی مقاوم برای هر کدام از عدم قطعیت‌ها و سپس با وجود همه عدم قطعیت‌ها به طور همزمان بهینه‌سازی انجام می‌شود. در این مطالعه، توزیع تابع چگالی احتمال عدم قطعیت پارامترها در فرایند بهینه‌سازی به صورت گوسی در نظر گرفته شده است. بدین منظور، مقدار میانگین و مقدار انحراف معیار پارامتر به عنوان ورودی به الگوریتم بهینه‌سازی متعددی می‌توان استفاده کرد. چگالی احتمال گوسی از الگوریتم‌های متعددی می‌توان استفاده کرد. در این مطالعه از الگوریتم LHS استفاده شده است. نمونه‌برداری این الگوریتم در مقایسه با برخی الگوریتم‌های دیگر بهزاری تعداد کم نمونه‌برداری، نتایجی نزدیک‌تر به تابع گوسی به دست می‌دهد. به عنوان نمونه در شکل (۱۱) نمودارهای تابع چگالی احتمال (PDF) و تابع توزیع تجمعی (CDF) برای ۱۰۰۰ مرتبه نمونه‌برداری با روش LHS برای تولید عدم قطعیت ممان اینرسی با مقدار میانگین ۱۰ و انحراف معیار $2(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$ ترسیم شده است. برای سایر عدم قطعیت‌ها نیز مطابق این روش عمل شده است.



شکل ۱۱ - تابع چگالی احتمال (PDF) و تابع توزیع تجمعی (CDF) با ۱۰۰۰ مرتبه نمونه‌برداری با روش LHS برای تولید عدم قطعیت ممان اینرسی مقدار انحراف معیار و مقدار میانگین پارامترهای دارای عدم قطعیت در جدول (۵) ذکر شده است، بهینه‌سازی مقاوم مبتنی بر روند نمای شکل



شکل ۹ - جبهه پرتو بهینه‌سازی معین دو هدفه در حضور اغتشاش (صرف سوخت بر حسب میانگین قدر مطلق خطای نشانه‌روی در ۱۰ ثانیه آخر)



شکل ۱۰ - پاسخ به ورودی پله بهازای دو نقطه کمینه خطای و کمینه مصرف سوخت در بهینه‌سازی معین دو هدفه در حضور اغتشاش

بهینه‌سازی مقاوم کنترل وضعیت ماهواره
همان‌طور که اشاره شد، سیستم مورد مطالعه در معرض نامعینی است. از این‌رو، در یک فرایند بهینه‌سازی چنانچه عدم قطعیت در نظر گرفته نشود، در نهایت ممکن است برخلاف انتظار تابع هزینه افزایش قابل توجهی یابد. در مسئله حاضر، ممان اینرسی ماهواره، سطح تراست تولیدی و تأخیر زمانی خالص تراستر دارای عدم قطعیت بوده و در اندازه مقدار اغتشاش ثابت نیز عدم قطعیت اعمال شده است. گزاره‌های مسئله بهینه‌سازی مقاوم برای بلوك دیاگرام کنترل وضعیت شکل (۱)، بهصورت زیر بیان می‌شود:

$$\text{Find } (K_P, K_D, K_I)$$

$$\text{Minimizing } [\text{Error}, \sigma(\text{Error})]$$

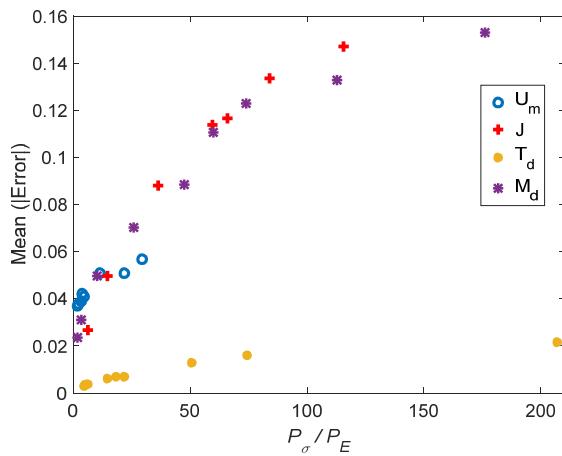
$$\text{Subject to } M_P \leq 10\%$$

$$0 < K_P, K_D, K_I \leq 100$$

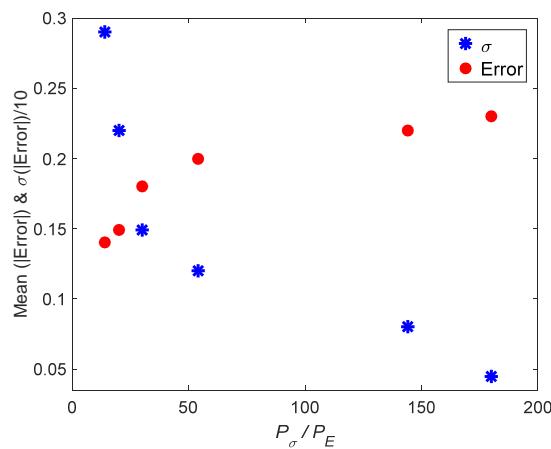
(۱۰)

$$\phi = P_E(\sum |\text{Error}|) + P_\sigma \sigma(\text{Error}) + \text{Penalty}$$

Stopping Criteria: $\bar{\phi}_i - \bar{\phi}_{i-1} < \varepsilon$



شکل ۱۳- میانگین قدرمطلق خطای نشانه‌روی در بهینه‌سازی مقاوم بر حسب نسبت وزنی P_σ/P_E در مواجهه با چهار عدم قطعیت



شکل ۱۴- انحراف معیار و میانگین قدرمطلق خطای نشانه‌روی در بهینه‌سازی مقاوم بر حسب نسبت P_σ/P_E در مواجهه با چهار عدم قطعیت مطابق جدول (۵)

تاکنون نتایج بهینه‌سازی ارائه شده بهازای مقادیر جدول (۵) بوده است. به منظور مطالعه کامل‌تر، نتایج بر حسب انحراف معیار عدم قطعیت ورودی به ترتیب در شکل‌های (۱۵) تا (۱۸) برای عدم قطعیت‌های ممان اینرسی، سطح تراست، اغتشاش و تأخیر زمانی خالص تراستر به طور مجزا ترسیم شده است. البته، مقدار ضریب وزنی در این شکل‌ها مقداری معین در نظر گرفته شده است.

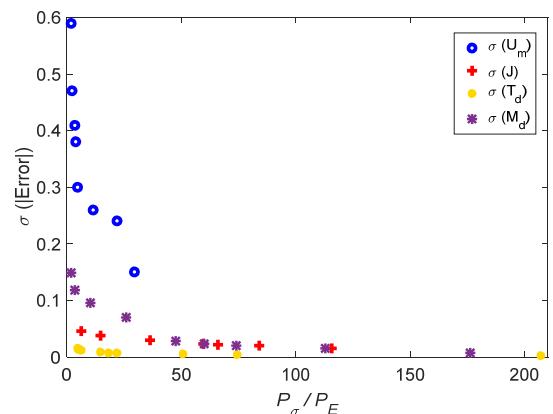
شایان ذکر است که بهینه‌سازی مقاوم انجام شده، تضمینی برای مقادیر دیگر انحراف معیار به دست نمی‌دهد. هر چند در شکل‌های مذکور، مطالعه در این خصوص صورت پذیرفته است. همان‌طور که از این شکل‌ها ملاحظه می‌شود، نتایج بهازای بهینه‌سازی مقاوم عملکرد بهتری را نسبت به بهینه‌سازی معین نشان می‌دهد. همان‌طور که از این نمودارها ملاحظه می‌شود، به طور معمول مقدار میانگین قدرمطلق خطای در بهینه‌سازی مقاوم کمی بیشتر از میانگین قدرمطلق خطای در

(۸) برای کنترل وضعیت ماهواره مطابق شکل (۱)، با الگوریتم ژنتیک و تابع هدف ترکیبی مطابق رابطه (۱۰) با تعداد ۷۰ جمعیت اولیه و ۱۰۰۰ بار تکرار هر مرحله از برنامه انجام شده است. با تغییر نسبت دو ضریب وزنی (P_σ/P_E) در تابع هدف ترکیبی نتایج تغییر می‌کند. بنابراین، بهینه‌سازی بهازای چندین مقدار برای نسبت مذکور تکرار شده است.

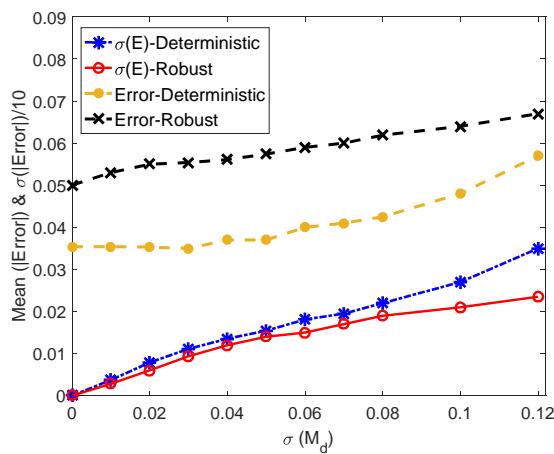
جدول ۵- پارامترهای تابع گوسی برای عدم قطعیت‌های مدل

مقادیر	پارامترهای آماری	کمیت
۲	$\sigma(J)$	ممان اینرسی
۱۰	$E(J)$	
۰/۲	$\sigma(U_m)$	سطح تراست
۱	$E(U_m)$	
۰/۰۵	$\sigma(M_d)$	اغتشاش
۰/۰۵	$E(M_d)$	
۰/۰۱	$\sigma(\tau)$	تأخیر زمانی خالص تراستر
۰/۰۲	$E(\tau)$	

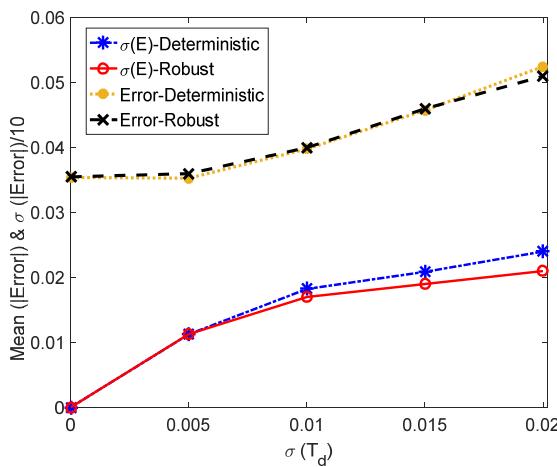
نتایج بهینه‌سازی بهازای پارامترهای جدول (۵) بر حسب مقادیر مختلف ضریب وزنی برای عدم قطعیت در ممان اینرسی، سطح تراست، اغتشاش و تأخیر زمانی خالص تراستر در شکل‌های (۱۲) و (۱۳) ترسیم شده است. شکل (۱۲)، انحراف معیار قدرمطلق خطای نشانه‌روی را نشان می‌دهد. در شکل (۱۳)، میانگین قدرمطلق خطای نشانه‌روی بر حسب نسبت وزنی برای چهار عدم قطعیت مذکور به صورت تفکیک شده، ترسیم شده است. محور افقی این نمودارها، P_σ/P_E بوده و محور عمودی به ترتیب انحراف معیار و میانگین «قدرمطلق خطای نشانه‌روی» در دو شکل مذکور است. تفکیک عدم قطعیت‌ها برای تعیین بودجه خطای نشانه‌روی در کنترل وضعیت است. در ادامه، نتایج بهینه‌سازی با اعمال همزمان چهار عدم قطعیت مذکور مطابق جدول (۵) بر حسب مقدار نسبت ضرایب وزنی در شکل (۱۴) ملاحظه می‌شود.



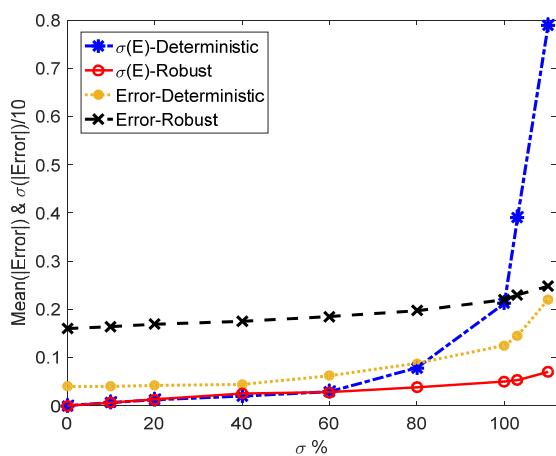
شکل ۱۲- انحراف معیار قدرمطلق خطای نشانه‌روی در بهینه‌سازی مقاوم بر حسب نسبت وزنی P_σ/P_E در مواجهه با چهار عدم قطعیت



شکل ۱۷- مقایسه میانگین و انحراف معیار قدرمطلق خطا برای نتایج بهینه‌سازی معین و مقاوم بر حسب ورودی انحراف معیار اغتشاش ثابت با نسبت وزنی ۱۵

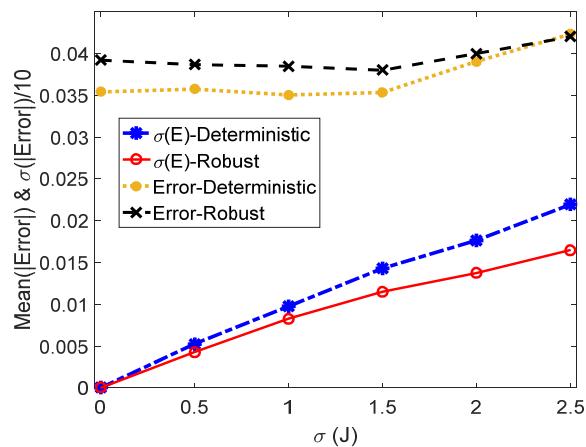


شکل ۱۸- مقایسه میانگین و انحراف معیار قدرمطلق خطا برای نتایج بهینه‌سازی معین و مقاوم بر حسب ورودی انحراف معیار تأخیر زمانی تراستر با نسبت وزنی ۱۰

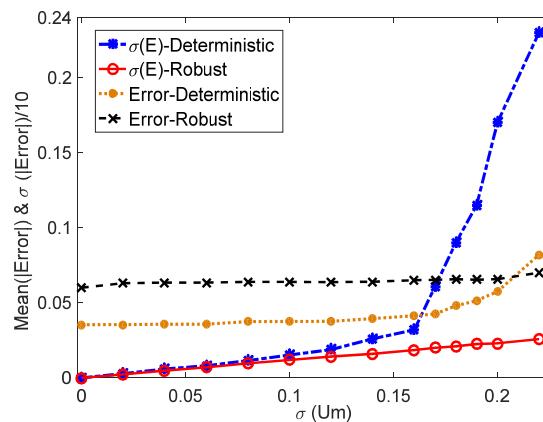


شکل ۱۹- مقایسه میانگین و انحراف معیار قدرمطلق خطا برای نتایج بهینه‌سازی معین و مقاوم بر حسب ورودی عدم قطعیت انحراف معیار (بهازای نسبت وزنی ۱۸۰)

بهینه‌سازی معین شود. اما، انحراف معیار خطای نشانه‌روی در بهینه‌سازی مقاوم و تأثیر عدم قطعیت بر روی آن کمتر است. البته، این موضوع به طور نمونه در شکل (۱۶) مشاهده نمی‌شود. به عبارت دیگر، در شکل (۱۶) میانگین قدرمطلق و انحراف معیار خطای نشانه‌روی در بهینه‌سازی مقاوم در محدوده بزرگتر از $0.2/\sqrt{2}$ (انحراف معیار سطح تراست ورودی) کمتر از مقادیر متاظر در بهینه‌سازی معین شده است. این نمودارها به‌ازای ۱۰۰۰۰ مرتبه اجرای برنامه ترسیم شده است. شایان ذکر است که مقادیر بهینه‌سازی شده تنها به‌ازای نقاط گره است که به علت نمایش بهتر، این گره‌ها با خطوط به هم متصل شده است. در ضمن، نتایج بهینه‌سازی معین در نمودارهای شکل‌های (۱۵) تا (۱۸) به‌ازای «نقطه مربع شکل» در جبهه پرتوی شکل (۹) در نظر گرفته شده است. در شکل (۱۹) تغییر انحراف معیار و میانگین خطا در بهینه‌سازی مقاوم با تغییر نسبت وزنی P_σ/P_E در مواجهه با چهار عدم قطعیت مذکور ترسیم شده است.

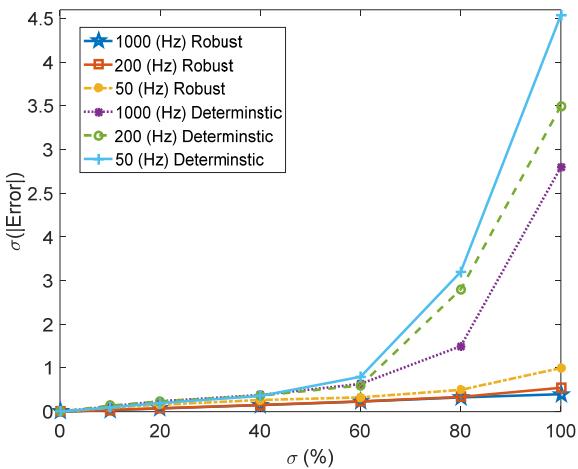


شکل ۱۵- مقایسه میانگین و انحراف معیار قدرمطلق خطا برای نتایج بهینه‌سازی معین و مقاوم بر حسب ورودی انحراف معیار ممان اینرسی با نسبت وزنی ۲۵

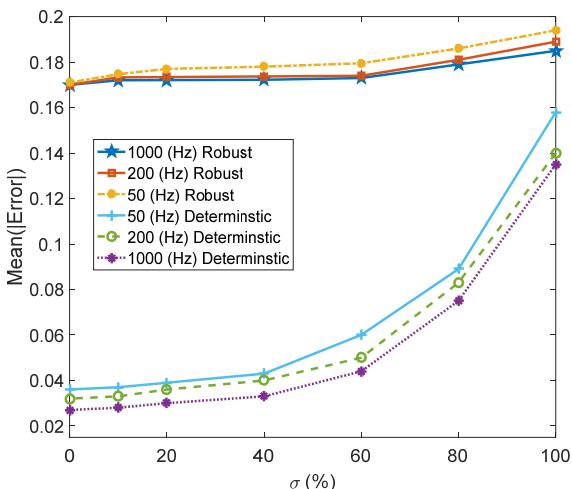


شکل ۱۶- مقایسه میانگین و انحراف معیار قدرمطلق خطا برای نتایج بهینه‌سازی معین و مقاوم بر حسب ورودی انحراف معیار سطح تراست با نسبت وزنی ۲۳

منظور، سه بهره کنترلی PID و آستانه روشن شدن و خاموش شدن بلوک اشمیت-تریگر بر K_p (در جدول ۶) تقسیم می‌شود با توجه به این نکته، عملانه تنظیم آستانه روشن شدن و مقدار هیسترزیس (با فرض ثابت بودن نسبت $U_{\text{off}}/U_{\text{on}}$) در بهینه‌سازی لحاظ شده است.



شکل ۲۰- مقایسه انحراف معیار قدرمطلق خطابهای سه فرکانس ۵۰، ۲۰۰ و ۱۰۰۰ هرتز در دو بهینه‌سازی معین و مقاوم بر حسب عدم قطعیت انحراف معیار



شکل ۲۱- مقایسه میانگین قدرمطلق خطابهای سه فرکانس ۵۰، ۲۰۰ و ۱۰۰۰ هرتز در دو بهینه‌سازی معین و مقاوم بر حسب ورودی عدم قطعیت انحراف معیار

نتیجه‌گیری

در این مطالعه، استفاده از رویکرد بهینه‌سازی مقاوم در تنظیم پارامترهای سیستم کنترل وضعیت ماهواره در مواجهه با عدم قطعیت به ویژه برای سیستم‌های غیرخطی پیشنهاد شده است. در این راستا سیستم کنترل دو وضعیت روشن-خاموش با استفاده از عملکر تراسترن بررسی شده است. برای این منظور از ترکیب کنترلگر

در جدول (۶)، ضرایب کنترلی به دست آمده طی فرایند بهینه‌سازی مقاوم با نسبت ضریب وزنی مذکور، به طور مجزا برای هر کدام از عدم قطعیت‌ها ارائه شده است. در انتهای این جدول نیز، ضرایب کنترلی به‌ازای درنظر گرفتن همه عدم قطعیت‌ها ارائه شده است.

شایان ذکر است که در عمل، فرکانس روشن و خاموش شدن عملگرهای تراسترن دو وضعیتی محدود است. به علاوه، فرکانس سیگنال خروجی پردازنده نیز با توجه به سایر الزامات و محدودیت‌ها تعیین می‌شود. در مدل‌سازی حاضر، در صورتی که فرکانس سیگنال ورودی به عملگر تراسترن حدوداً بیش از ۵۰ هرتز باشد، عملانه رفتار عملگر با خروجی پیوسته را خواهد داشت. بنابراین، حداکثر فرکانس سیگنال ورودی به عملگر برابر ۵۰ هرتز در نظر گرفته می‌شود. البته به منظور مقایسه عملکرده، نتایج به‌ازای فرکانس‌های ۲۰۰ و ۱۰۰۰ هرتز نیز در شکل‌های (۲۰) و (۲۱) ملاحظه می‌شود. در این شکل‌ها به ترتیب، انحراف معیار و میانگین قدرمطلق خطای نشانه‌روی برای دو نوع بهینه‌سازی معین و مقاوم به‌ازای ن نقاط گره است که به علت نمایش بهتر نتایج در نمودارها، این گره‌ها با خطوط به هم متصل شده است. مطابق این دو شکل مشاهده می‌شود که با کاهش فرکانس سیگنال ورودی به تراسترن، مقدار میانگین قدرمطلق خطابه و مقدار انحراف معیار قدرمطلق خطابه در هر دو بهینه‌سازی معین و مقاوم در مجموع رفتار افزایشی دارد.

جدول ۶- ضرایب کنترلی به دست آمده در فرایند بهینه‌سازی مقاوم

پارامتر	بهینه‌سازی در مواجهه با عدم قطعیت
$K_p = 43.54$	مان اینرسی، به‌ازای $P_\sigma/P_E = 25$
$K_D = 49.98$	
$K_I = 0.01$	
$K_p = 43.05$	سطح تراسترن، به‌ازای $P_\sigma/P_E = 22$
$K_D = 49.7$	
$K_I = 0.02$	
$K_p = 33.51$	اغتشاش ثابت، به‌ازای $P_\sigma/P_E = 15$
$K_D = 45.08$	
$K_I = 0.3$	
$K_p = 56.9$	تغییر تراسترن، به‌ازای $P_\sigma/P_E = 10$
$K_D = 49.91$	
$K_I = 0.02$	
$K_p = 22.63$	چهار عدم قطعیت، به‌ازای $P_\sigma/P_E = 180$
$K_D = 44.44$	
$K_I = 0.03$	

شایان ذکر است که با توجه به بلوک دیاگرام شکل (۱)، پارامتر بهره تناوبی کنترلگر را می‌توان با سایر پارامترها ادغام نمود. به این

- [8] Sobiesczanski-Sobieski, J. and Haftka, R.T., "Multidisciplinary Aerospace Design Optimization: Survey of Recent Developments," *Structural Optimization*, Vol. 14, No. 1, 1997, pp. 1-23.
- [9] Fuchs, M., Neumaier, A. and Girimonte, D., "Uncertainty Modeling in Autonomous Robust Spacecraft System Design," *PAMM*, Vol. 7, No. 1, pp. 2060041-2060042, 2007.
- [10] Larson, W.J. and Wertz, J.R., *Space Mission Analysis and Design*, Microcosm, Inc., Torrance, Microcosm Press, California, 1992.
- [11] Moghadaszadeh Bazaz, S., Bohlouri, V., and Jalali-Naini, S. H., "Attitude Control of Rigid Satellite with Pulse-Width Pulse-Frequency Modulation Using Observer-Based Modified PID Controller," *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 8, pp. 139-148, 2016 (in Persian).
- [12] Farquhar, R., Aeronautics, S. U. and Astronautics, S., "Analog Studies of the Limit-Cycle Fuel Consumption of a Spinning Symmetric Drag-Free Satellite," *Technical Report*, Stanford University, 1996.
- [13] Xiaoping, S., Y. Guoqiang. "Robust Attitude Tracking Control Scheme for Flexible Spacecraft with Vibrationsuspension," *25th Chinese Control and Decision Conference*, Guiyang, China, 2013.
- [14] Duan, C., Zhang, S., Zhao, Y. and Kong, X., "Robust Control Allocation Among Overactuated Spacecraft Thrusters Under Ellipsoidal Uncertainty," *Abstract and Applied Analysis Journal*, Vol. 2014, No. 1, 2014.
- [15] Shahrvani, M., Kabganiyan, M. and Alasty, A., "Adaptive Robust Attitude Control of a Flexible Spacecraft," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 16, No. 6, 2006, pp. 287-302.
- [16] Hu, Q., Li, B. and Zhang, Y., "Robust Attitude Control Design for Spacecraft Under Assigned Velocity and Control Constraints," *ISA Transactions*, Vol. 52, No. 4, 2013, pp. 480-493.
- [17] Bohlouri, V., Ebrahimi, M. and Jalali-Naini, S.H., "Robust Optimization of Satellite Attitude Control with Thruster in Presence of Disturbances," *25th Annual International Mechanical Engineering Conference*, Tehran, Iran, May 2-7, 2017 (in Persian).
- [18] Bohlouri, V., Ebrahimi, M. and Jalali-Naini, S.H., "Robust Optimization of Satellite Attitude Control System with On-off Thruster under Uncertainty," *IEEE International Conference on Mechanical, System and Control Engineering (ICMSE)*, Saint Petersburg, Russia, 2017.
- [19] Venanzi, I., Materazzi, A.L. and Ierimonti, L., "Robust and Reliable Optimization of Wind-Excited Cable-Stayed Masts," *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 147, No. 1, 2015, pp. 368-379.
- [20] Arefkhani, H., Mahdiabadi, M. and Dehghan, M. M. "Satellite Spin Stabilization by Magnetic Torquers and Validation with Air-Bearing Simulator," *Journal of Space Science & Technology (JSST)*, Vol. 9, No. 2, 2016, pp. 25-34 (in Persian).
- [21] Navabi, M., Tavana, M. and Mirzaei, H.R., "Attitude Control of Spacecraft by State Dependent Riccati Equation and Power Series Expansion of Riccati

PID و بلوک اشمیت‌تریگر استفاده شده است. در ابتدا یک مطالعه پارامتری برای انتخاب بازه ترجیحی پارامترهای بلوک اشمیت‌تریگر انجام شده است. در ادامه با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی مقاوم تدوین شده توسط ونانزی و همکاران، پارامترهای کنترلگر PID تنظیم شده است. در این خصوص عدم قطعیت بر روی پارامترهای ممان اینرسی، سطح تراست، تأخیر زمانی خالص تراست و اغتشاش خارجی ثابت اعمال شده است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که استفاده از رویکرد بهینه‌سازی مقاوم سبب بهبود عملکرد پاسخ سیستم در مواجهه با عدم قطعیت می‌شود. به عبارت دقیق‌تر، با استفاده از این روش می‌توان سیستم کنترل را در برابر نامعینی‌ها نسبت به بهینه‌سازی معین مقاوم نمود.

در بهینه‌سازی مقاوم به کار رفته، تابع هدف به صورت ترکیبی وزنی از دو بخش میانگین و انحراف می‌یار «قدرتمندانه خطای نشانه‌روی» تشکیل شده است. انتخاب ضریب وزنی مناسب توسط طراح و طی مصالحه‌ای بین خطأ و انحراف معیار آن با توجه به الزامات طراحی انجام می‌شود. بنابراین در این مطالعه، نتایج و الزامات طراحی (به‌طور نمونه، میانگین و انحراف معیار قدرمندانه خطای نشانه‌روی) بر حسب ضریب وزنی، طی نمودارهای ارائه شده است. با توجه به نیاز به تعداد بسیار زیاد اجرای برنامه‌کامپیوتری، برای کاهش بار محاسباتی نیز از الگوریتم نمونه‌برداری LHS استفاده شده است.

مراجع

- [1] Rao, S.S., *Engineering Optimization: Theory and Practice*. John Wiley & Sons, 2009.
- [2] Beck, A.T. and de Santana Gomes, W.J., "A Comparison of Deterministic, Reliability Based and Riskbased Structural Optimization under Uncertainty," *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 28, No. 1, 2012, pp.18-29.
- [3] Beyer, H.G. and Sendhoff, B., "Robust Optimization—a Comprehensive Survey," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 196, No. 33, 2007, pp.3190-3218.
- [4] Yao, W., Chen, X., Luo, W., van Tooren, M. and Guo, J., "Review of Uncertainty-Based Multidisciplinary Design Optimization Methods for Aerospace Vehicles," *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 47, No. 6, 2011, pp.450-479.
- [5] Bertsimas, D., Brown, D.B. and Caramanis, C., "Theory and Applications of Robust Optimization," *SIAM Review*, Vol. 53, No. 3, 2011, pp.464-501.
- [6] Taylor, E.R., 2000. "Evaluation of Multidisciplinary Design Optimization Techniques as Applied to Spacecraft Design," *in Aerospace Conference Proceedings, IEEE*, Vol. 1, 2000, pp. 371-384.
- [7] Mosher, T.J., *Improving Spacecraft Design using a Multidisciplinary Design Optimization Methodology*, (PhD Thesis) Dept. of Aerospace Engineering Sciences, University of Colorado, 2000.

- [25] Sidi, M.J., *Spacecraft Dynamics and Control, A Practical Engineering Approach*, 1rd Ed., Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [26] Santana, A.C., Martins, L.S. and Arantes, G. "Attitude Stabilization of the PMM Satellite Using a LQG-based Control Strategy," *Trends in Applied and Computational Mathematics*, Vol. 9, No. 2, 2008, pp. 321-330.
- [27] Bernelli-Zazzera, F., Mantegazza, P. and Nurzia, V. "Multi Pulse-Width Modulated Control of linear Systems," *J. of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 21, No. 1, 1998, pp. 64-70.
- [28] Huntington, D.E. and Lyrintzis, C.S., "Improvements to and Limitations of Latin Hypercube Sampling," *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 13, No. 4, 1998, pp. 245-253.
- [22] Navabi, M. and Rangraz, H., "Comparing optimum Operation of Pulse Width-Pulse Frequency and Pseudo-Rate Modulators in Spacecraft Attitude Control Subsystem Employing Thruster," *Proceedings of 6th International Conference on Recent Advances in Space Technologies, IEEE*, pp. 625-630, 2013.
- [23] Anthony, T.C., Wie, B., Carroll, S., "Pulse-Modulated Control Synthesis for a Flexible Spacecraft," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 13, No. 6, 1990, pp. 1014-1022.
- [24] McClelland, R. S., Spacecraft Attitude Control System Performance Using Pulse-Width Pulse-Frequency Modulated Thrusters, (M.Sc. Thesis), Naval Postgraduate School Monterey CA, 1994.