

پیاده‌سازی نظریه ناپایداری هیدرودینامیکی خطی بر روی لایه سیال مخروطی توخالی خروجی از یک انژکتور جریان چرخشی

حدیثه کریمایی^{۱*}، رامین قربانی^۲ و سیدمصطفی حسینعلی پور^۳

۱- پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

۲- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

۳- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

*تهران، کدپستی: ۱۴۶۵۷۷۴۱۱۱

karimaei@ari.ac.ir

پدیده ناپایداری و تجزیه جت‌های سیال به خاطر کاربرد فراوان در صنعت، همواره مورد توجه بسیاری از محققان بوده است. یکی از موضوعاتی که بسیار مورد توجه، بحث دینامیک تشکیل قطرات و عوامل تأثیرگذار بر آن است. در فرآیند آمیزاسیون، اختلال‌های کوچک در جت یا لایه مایع رشد می‌کند و در نهایت موجب تجزیه آن به لیگامنت‌ها و قطرات ریزتر می‌شود. به فرآیند شکست ابتدایی جت سیال، شکست اولیه گفته می‌شود. مرحله شکست اولیه در فرآیند آمیزاسیون با توجه به حرکت امواج روی سطح لایه سیال به کمک تحلیل‌های ناپایداری، مشخص و قابل تعیین است. نظریه ناپایداری تاکنون در تحقیقات پیشین به صورت خطی و غیرخطی ضعیف بر روی لایه استوانه‌ای شکل سیال پیاده‌سازی شده است و اثر مخروطی بودن لایه در مدل لحاظ نشده است. بنابراین به منظور اصلاح این مدل، در این مقاله تلاش شده است تا تئوری ناپایداری خطی بر روی لایه مایع مخروطی شکل پیاده‌سازی شود. بدین ترتیب علاوه بر سرعت‌های محوری و محیطی، سرعت‌های شعاعی فاز مایع و گاز نیز به معادلات حاکم اضافه شده است. از نتایج این مدل اصلاح شده شامل مشخصه‌های ناپایدارترین موج سطح لایه سیال (عدد موج و نرخ رشد بیشینه)، برای تخمین قطر میانگین قطرات و طول شکست می‌توان استفاده نمود. پیش‌بینی این مدل اصلاح شده، همخوانی خوبی با نتایج تجربی موجود دارد.

واژه‌های کلیدی: شکست اولیه، ناپایداری خطی، عدد موج، نرخ رشد بیشینه موج، آمیزاسیون

علائم و اختصارات

V_l	سرعت عمودی مایع		
V_i	سرعت عمودی گاز درونی	U_l	سرعت محوری مایع
V_o	سرعت عمودی گاز بیرونی	U_i	سرعت محوری گاز درونی
A_l	قدرت گردابه در مایع	U_o	سرعت محوری گاز بیرونی
\bar{u}	نوسانات سرعت محوری		
\bar{v}	نوسانات سرعت شعاعی		
\bar{w}	نوسانات سرعت مماسی		

۱. استادیار (نویسنده مخاطب)

۲. دانشجوی دکتری

۳. دانشیار

به‌عنوان مرور معتبر بر کارهای انجام‌شده در زمینه ناپایداری لایه‌های سیال و شکست جت، پژوهش‌های لین^۴ [۲] سیرینگانو^۵ و مهرینگ^۶ [۳] و لاشراز^۷ و هپفینگر^۸ [۴] مفید می‌باشد. وجود چرخش در هوا، مایع و یا هردوی آن‌ها و اثر نسبت شعاع انحنای محدود، تحلیل را دچار پیچیدگی‌هایی می‌کنند. محققین مذکور مطالعات خوبی روی این فاکتورها انجام داده‌اند. تیلور^۹ نشان داد که چگالی محیط گازی بر شکست جت اثر دارد. از این‌رو، در صورت وجود نیروی اینرسی بالای گاز (که با چگالی گاز رابطه مستقیم دارد) نسبت به کشش سطحی، قطرات بسیار کوچکی در سطح مشترک گاز و مایع تشکیل می‌شوند که فرآیند اتمیزاسیون نام دارد [۵]. چن^{۱۰} و همکاران [۶] در مطالعه دیگری نشان دادند که برای یک سیال نیوتنی غیر چرخان، مود غالب مود متقارن است. پانچاگنولا^{۱۱} و همکاران [۷] نشان دادند که چرخش سیال در اعداد وبر چرخشی پایین، عدد موج و نرخ رشد ناپایدارترین اغتشاش را کاهش می‌دهد. درحالی‌که با افزایش عدد وبر چرخشی از یک حد مشخصی به بعد، چرخش سیال سبب افزایش ناپایداری می‌شود. مهرینگ و سیرینگانو [۸] نشان دادند که چرخش سیال می‌تواند سبب افزایش نرخ رشد امواج ناپایدار شود. این امر سبب کاهش طول شکست جت سیال می‌شود. ابراهیم [۹] به بررسی جامعی در رابطه با ناپایداری جت سیال توخالی در معرض گاز داخلی و خارجی با سرعت محوری، براساس مدل لایه سیال استوانه‌ای شکل پرداخت. امی و همکاران [۱۰] به بررسی و تحلیل پارامترهای چرخش سیال و وسیکوزیته برای جت سیال توخالی پرداختند. ابراهیم و جاگ^{۱۱} [۱۱] به تحلیل ناپایداری غیرخطی و مدل‌سازی شکست جت مایع توخالی پرداختند. آن‌ها حرکت صفحه مایع را به صورت محوری در نظر گرفتند که توسط گاز داخلی و خارجی احاطه شده بود. همچنین، تأثیر چرخش سیال خارجی بر روی شکست صفحه را مورد مطالعه قرار دادند. در مدل توسعه‌یافته، تئوری اغتشاشات با در نظر گرفتن دامنه اغتشاش اولیه به عنوان پارامتر اغتشاشی، به کار گرفته شد. این مدل یک مدل جامع بود به‌طوری‌که باقی هندسه‌های جت نظیر جت صفحه‌ای و یا جت هم-محور به عنوان حالت خاصی از این مدل مشتق می‌شدند. در جدول ۱ خلاصه‌ای از اهم فعالیت‌های انجام‌گرفته در زمینه ناپایداری جت سیال توخالی ارائه شده است.

ρ	نوسانات فشار
k	عدد موج محوری
n	عدد موج جانبی یا مود نوسانی پیچشی
ω_i	نرخ رشد نوسانات موج
λ	طول موج
$\vec{v}_{1,2}$	بردار سرعت موضعی (مؤلفه‌های سرعت عمودی سیال و گاز) در دو طرف سطح مشترک
$\vec{u}_{1,2}$	بردار سرعت موضعی (مؤلفه‌های سرعت محوری سیال و گاز) در دو طرف سطح مشترک
\vec{n}	بردار نرمال واحد موضعی سطح مشترک
σ	تنش سطحی
τ	تنش ویسکوزی
κ	انحنای موضعی سطح

مقدمه

مطالعه تحلیل ناپایداری حرکت امواج روی سطح جت مایع خروجی از انژکتور جریان چرخشی قرار گیرنده در معرض هوای داخلی و خارجی، قبل از شکست اولیه انجام می‌شود. قبل از دچار شکست شدن جت مایع، امواج ناپایدار با طول موج مشخص شروع به رشد بر روی جت می‌کند. رشد امواج ناپایدار در سطح مشترک گاز-سیال به علت نیروهای آئرو دینامیکی میان سیال و گاز، اینرسی، فشار، لزجت، نیروی گریز از مرکز و نیروی تنش سطحی در سطح مشترک می‌باشد. مجموع اثرات این نیروها موجب تقویت نوسانات کوچک ایجاد شده در جریان می‌شود و بالانس آن‌ها تعیین‌کننده شکست یا عدم شکست جت یا لایه سیال خواهد بود. بنابراین، هر گونه تخمین و پیش‌بینی فرآیند شکست، مستلزم تحلیل ناپایداری روی سطح جدایی مایع و گاز است [۱]. بدین ترتیب طول موج‌های مربوط به امواج ناپایدار به کمک تئوری‌های ناپایداری به‌دست خواهد آمد تا بتوان اطلاعاتی راجع به طول شکست و سایر مشخصه‌های شکست لایه سیال پیش‌بینی کرد. این دسته از تئوری‌های ناپایداری جت توصیف مناسبی از شکست جت‌های مایع را ارائه می‌کند. زمانی که عدد ناپایدارترین موج به مقدار بحرانی خود (معادل بیشینه نرخ رشد موج) می‌رسد، امواج ناپایدار موجب جدا شدن تکه‌هایی به نام لیگامنت از لبه لایه سیال می‌شوند که خود در اثر افزایش ناپایداری به علت نیروهای آئرو دینامیکی به قطرات ریزتر می‌شکند.

۴Lin

5. Sirignano

6. Mehring

7. Lasheras

8. Hopfinger

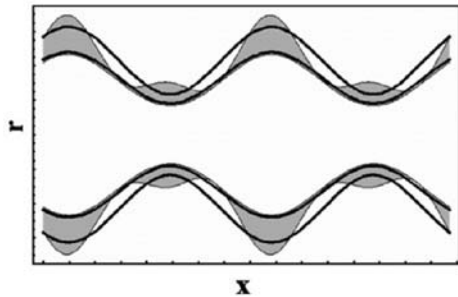
9. Talor

1 . Chen 0

1 . Panchagnula 1

1 . Jog 2

و غیرخطی ضعیف^{۱۳} بر روی لایه استوانه‌ای شکل سیال پیاده‌سازی^۴ شده است. تفاوت روش خطی و غیرخطی را می‌توان در شکل ۱ مشاهده کرد. در روش غیرخطی، نازک و ضخیم شدن لایه سیال تحت تأثیر امواج قابل ردیابی می‌باشد. [۹]



شکل ۱ - تغییر شکل لایه سیال خروجی از انژکتور در روش خطی (خطوط پررنگ) و روش غیرخطی (رنگ خاکستری) [۹]

در مقاله حاضر تلاش شده است تا نظریه ناپایداری خطی بر روی لایه مایع مخروطی شکل پیاده شود تا علاوه بر در نظر گرفتن زاویه مخروط اسپری، سرعت‌های شعاعی فاز مایع و گاز نیز در معادلات حاکم بر مسئله وارد شود. مسئله در نظر گرفتن زاویه اسپری در تحلیل ناپایداری برای اسپری‌هایی که طول شکست آنها نسبت به ابعاد دهانه نازل بزرگ است و میکرونی نیست، خیلی مهم می‌شود. بنابراین با ایجاد یک مدل اصلاح شده، مدل شکست اولیه‌ای ایجاد شده است که جت سیال خروجی را به همان شکل مخروطی که دارد، مدل‌سازی می‌کند. این تحلیل بر روی یک لایه مخروطی غیر لزج مایع در معرض جریان هوای بیرونی و درونی و با وجود نوسانات بر روی آن پیاده شده است. تحلیل با استفاده از معادلات پیوستگی و مومنتوم حاکم بر سیال مایع و گاز انجام می‌شود.

اصلاح مدل ناپایداری خطی

شکل ۲ شماتیک ناپایداری جت لایه‌ای مایع استوانه‌ای شکل چرخان در محیط گازی با وجود یک اغتشاش اولیه کوچک در خروجی نازل را نشان می‌دهد [۹]. محققان پیشین، همان‌طور که در بخش مقدمه در خصوص آن ارائه شد، این نوع مدل را مبنای محاسبات خود برای تحلیل ناپایداری قرار می‌دادند. الگوریتم کلی مدلسازی ناپایداری به صورت شکل ۳ است. مطابق با این الگوریتم، معادلات بقاء شامل پیوستگی و بقاء مومنتوم به عنوان معادلات حاکم است. برای به‌دست آوردن معادلات خطی نوسانی با استفاده از متوسط‌گیری زمانی فرض می‌شود که مؤلفه‌های سرعت و فشار به دو

جدول ۱ - مروری بر فعالیت‌های انجام‌شده در زمینه ناپایداری جت سیال توخالی

محققان	مد اغتشاشی	سیال		گاز داخلی و خارجی	
		سرعت چرخشی	سرعت محوری	سرعت چرخشی	سرعت محوری
کائو [۱۲]	مقارن و محوری	لزوج	غیر چرخشی	غیر چرخشی	غیر چرخشی
جیندل و داموچل [۱۳]	مقارن و محوری	لزوج	غیر چرخشی	مخوری با سرعت‌های یکسان	غیر چرخشی
لیائو و همکاران [۱۴]	نامقارن و محوری	لزوج	غیر چرخشی	مخوری با سرعت‌های متفاوت	چرخشی
دو و لی [۱۵]	نامقارن و محوری	لزوج	غیر چرخشی	مخوری با سرعت‌های متفاوت	چرخشی
لیائو و همکاران [۱۶]	نامقارن و محوری	غیر لزج	غیر چرخشی	مخوری با سرعت‌های متفاوت	چرخشی
پانچاگولا و همکاران [۷]	نامقارن و محوری	غیر لزج	چرخشی	مخوری با سرعت‌های متفاوت	غیر چرخشی
لیائو و همکاران [۱۷]	نامقارن و محوری	غیر لزج	چرخشی	مخوری با سرعت‌های متفاوت	غیر چرخشی
مهرینگ و سبرینگانو [۸]	آنالیز غیرخطی و مقارن	غیر لزج	چرخشی	ساکن	ساکن
ابراهیم و همکاران [۱۸]	نامقارن و محوری	غیر لزج	چرخشی	مخوری با سرعت‌های متفاوت	غیر چرخشی
ابراهیم [۹]	نامقارن و اغتشاشات محوری	غیر لزج	چرخشی	مخوری با سرعت‌های متفاوت	چرخشی

امی و همکاران [۱۹] فرآیند شکست اولیه جت سیال را با تحلیل غیرخطی تشریح نمودند. آنها جت مایع محوری در معرض جریان چرخشی گاز محفظه احتراق را تحلیل نمودند. نتایج آنها نشان داد که با در نظر گرفتن چرخش گاز، مود مقارن محوری در اعداد چرخش بسیار کوچک غالب می‌شود. با افزایش عدد چرخش موده‌های بالاتر ماریچی نامقارن غالب می‌شود و طول شکست کاهش می‌یابد.

همان‌طور که بیان شد برای تحلیل ناپایداری لایه سیال، از نظریه ناپایداری استفاده می‌شود. این نظریه تاکنون به صورت خطی

۱Weakly nonlinear
۲implement

فرضیات مدل

گاز درونی و بیرونی بدون چرخش فرض شده‌اند و تنها حرکتی در جهت حرکت جریان سیال دارند. هر دو فاز مایع و گاز غیر لزج و غیر قابل تراکم فرض شده‌اند. برای ارضای شرط غیرقابل تراکم بودن گاز از جریان گاز با ماخ کمتر از ۰/۳ استفاده شده است. لیاثو^{۱۵} و همکاران [۱۷] ثابت کردند در صورتی که عدد رینولدز بزرگتر از ۱۰۰ باشد، فرض لایه سیال غیرلزج^{۱۶} صحیح است. همچنین، جیندل^{۱۷} و داموچل^{۱۸} [۱۳] نشان دادند که وقتی We_g^2/Re کمتر از 10^{-3} باشد، اثر لزجت لایه توخالی سیال می‌توان چشم‌پوشی کرد. در انژکتورهای مورد بحث در این تحقیق، این مقدار کمتر از 10^{-4} است، بنابراین فرض لایه غیرلزج بلامانع می‌باشد. به‌علاوه، بر طبق تحقیقات گوردیلو^{۱۹} و سبروید^{۲۰} [۲۰] به علت $1 \ll \mu_g/\mu_l$ تنش برشی لزجی گاز در مدل‌سازی در نظر گرفته نشده است. بدین ترتیب از اثر لزجت هر دو فاز چشم‌پوشی شده است. در واقع عبارتی که در معادله مومنتوم عدد بی‌بعد رینولدز را در بردارد، از مرتبه کوچکی بوده و از آن صرف‌نظر شده است. از طرف دیگر، عدد فرود عدد بزرگی می‌باشد، زیرا که مقدار نیروی اینرسی در مقابل نیروی جاذبه خیلی بزرگتر است. بنابراین، عبارت دربردارنده معکوس عدد بی‌بعد فرود در معادله مومنتوم حذف می‌شود.

پروفیل سرعت جریان برای مایع، گازهای درونی و بیرونی در مختصات استوانه‌ای (x, r, θ) به ترتیب $U_i, V_i, 0$ و $U_o, V_o, 0$ فرض شده است. در اینجا U_i, U_l, U_o به ترتیب سرعت محوری مایع، گاز درونی و بیرونی، V_i, V_l, V_o به ترتیب سرعت عمودی مایع، گاز درونی و بیرونی و $A_l (m^2/s)$ قدرت گردابه در مایع می‌باشد.

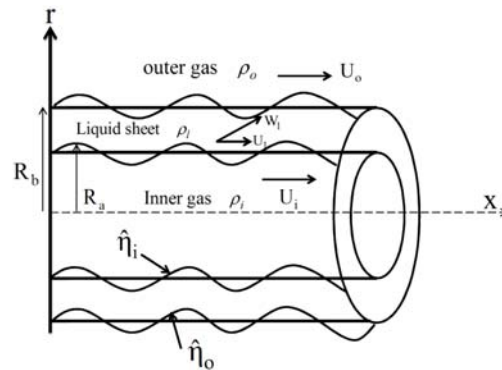
معادلات نوسانات

برای حرکت یک لایه مایع مخروطی شکل چرخان بهتر است که معادلات پیوستگی و مومنتوم در مختصات استوانه‌ای نوشته شوند. با فرض سیال غیر قابل تراکم و بالا بودن اینرسی در مقابل گرانش، معادله پیوستگی به صورت:

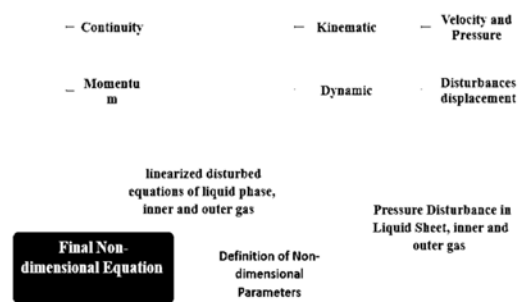
$$\frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

و معادلات مومنتوم به صورت معادله (۲) نوشته می‌شود:

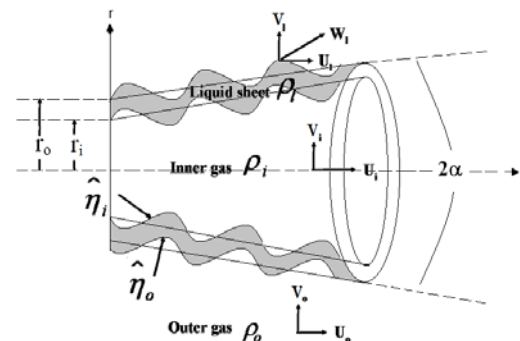
جزء متوسط و نوسانی تفکیک می‌شوند. با فرض یک شکل سینوسی برای نوسانات و تغییر مکان نوسانات در سطوح مشترک داخلی و خارجی و همچنین اعمال شرایط مرزی در مرز مشترک سیال مایع و گاز، نوسانات فشار درون لایه حلقوی سیال مایع و گاز درونی و بیرونی محاسبه می‌شود. بعد از اعمال شرایط مرزی، در نهایت یک معادله نهایی به دست می‌آید که با استفاده از پارامترهای بدون بعد، بی‌بعد می‌شود. شکل ۴ شماتیک جت مایع مخروطی شکل را نشان می‌دهد. در ادامه، نظریه ناپایداری با فرض جت مایع مخروطی پیاده‌سازی شده است.



شکل ۲ - شماتیک جت مایع استوانه‌ای شکل [۹]



شکل ۳ - الگوریتم مدل‌سازی ناپایداری



شکل ۴ - شماتیک جت مایع مخروطی شکل

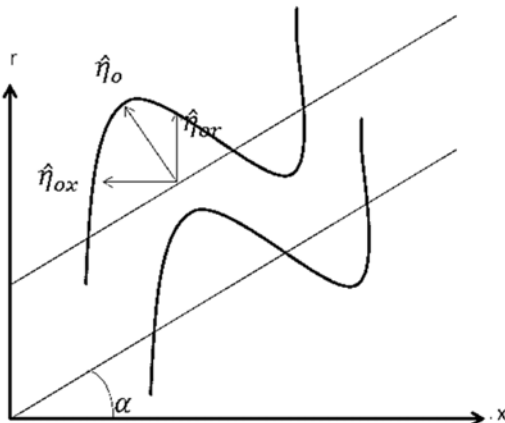
15 Iiao
16 Inviscid
17 Jandiel
18 Demouchel
19 Gardillo
20 Siborid

$$(u, v, w, p') = (\hat{u}(r), \hat{v}(r), \hat{w}(r), \hat{p}(r)) e^{i(\frac{k}{\cos\alpha}x + n\theta - \omega t)} \quad (۶)$$

در رابطه (۶) ترم‌های دارای علامت \wedge دامنه نوسان و تنها تابعی از r است. همچنین، عدد موج محوری $k = 2\pi/\lambda$ و عدد موج جانبی یا مود نوسانی پیچشی n اعداد حقیقی و $\omega = \omega_r + i\omega_i$ مختلط است. بیشینه مقدار قسمت موهومی ω یعنی ω_i نرخ رشد نوسانات موج را نشان می‌دهد. λ نیز طول موج را نشان می‌دهد. علت وجود $\cos\alpha$ در رابطه فوق، لحاظ نمودن مخروطی شکل بودن جت با زاویه α نسبت به محور افقی نازل می‌باشد. تغییر مکان نوسانات در سطوح مشترک داخلی و خارجی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta_j(x, r, \theta, t) = \hat{\eta}_j e^{i(k/\cos\alpha x + n\theta - \omega t)} \quad ; \quad j = i, 0 \quad (۷)$$

که در این رابطه $\hat{\eta}_j$ تابعی از x و r است. $\hat{\eta}_j$ در حالت مخروطی شامل دو مؤلفه در جهات x و r است که در شکل ۵ نشان داده شده است.



شکل ۵- مؤلفه‌های تغییر مکان نوسانات در حالت جت مخروطی

شرایط مرزی

شرایط مرزی می‌بایست در مرز مشترک سیال مایع و گاز اعمال شود. در ادامه هر یک از این شرایط توضیح داده می‌شود.

شرط مرزی سینماتیکی

ذرات مایع در سطح مشترک با سطح حرکت می‌کنند و روی سطح باقی می‌مانند. این بدان معناست که مؤلفه‌های عمودی سرعت در عرض سطح مشترک پیوسته هستند:

$$\vec{v}_{\xi 1} \cdot \vec{n} = \vec{v}_{\xi 2} \cdot \vec{n} \quad (۸)$$

که با تجزیه مؤلفه‌های عمودی سرعت به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + V \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{W}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} + U \frac{\partial U}{\partial x} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{W}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + U \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{W^2}{r} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \\ \frac{\partial W}{\partial t} + V \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{W}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} + U \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{VW}{r} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (۲)$$

در واقع زمانی که تئوری ناپایداری بر روی لایه مایع مخروطی شکل پیاده می‌شود، برای سیال مایع و گاز مؤلفه‌های سرعت شعاعی نیز علاوه بر مؤلفه‌های سرعت مماسی و محوری در نظر گرفته می‌شود که بر پیچیدگی معادلات حاکم می‌افزاید. در حالی که برای لایه استوانه‌ای شکل این مؤلفه در نظر گرفته نمی‌شد. همان‌طور که به دلیل رعایت معادله پیوستگی، ضخامت لایه مایع با پیشروی جریان نازک می‌شود در حالی که برای لایه استوانه‌ای شکل، ضخامت لایه ثابت است.

برای به‌دست آوردن معادلات خطی نوسانی با استفاده از متوسط‌گیری زمانی مطابق پیشنهاد رینولدز فرض می‌کنیم که مؤلفه‌های سرعت و فشار به دو جزء متوسط و نوسانی به شرح زیر تفکیک می‌شوند:

$$\begin{aligned} U &= \bar{U} + u, \quad V = \bar{V} + v, \quad W = \bar{W} + w, \\ p &= \bar{P} + p' \end{aligned} \quad (۳)$$

که علامت بار (-) نشان دهنده مقادیر متوسط پارامترها و u, v, w و p' نماینده نوسانات سرعت و فشار هستند. با جای‌گذاری معادلات (۳) در معادلات (۱) و (۲) و سپس کم کردن از معادلات نوشته شده برای حالت متوسط، معادلات نوسانی خطی برای فاز مایع به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + U_l \frac{\partial u}{\partial x} + V_l \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{A_l}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} &= -\frac{1}{\rho_l} \frac{\partial p_l}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + U_l \frac{\partial v}{\partial x} + V_l \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{A_l}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{2wA_l}{r^2} &= -\frac{1}{\rho_l} \frac{\partial p_l}{\partial r} \\ \frac{\partial w}{\partial t} + U_l \frac{\partial w}{\partial x} + V_l \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{A_l}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{V_l w}{r} + \frac{vA_l}{r^2} &= -\frac{1}{\rho_l} \frac{\partial p_l}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (۴)$$

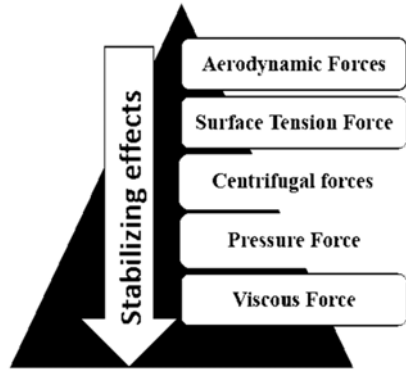
معادلات نوسانی برای گاز بیرونی و گاز درونی به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + U_j \frac{\partial u}{\partial x} + V_j \frac{\partial u}{\partial r} &= -\frac{1}{\rho_j} \frac{\partial p_j}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + U_j \frac{\partial v}{\partial x} + V_j \frac{\partial v}{\partial r} &= -\frac{1}{\rho_j} \frac{\partial p_j}{\partial r} \\ \frac{\partial w}{\partial t} + U_j \frac{\partial w}{\partial x} + V_j \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{V_j w}{r} &= -\frac{1}{\rho_j} \frac{\partial p_j}{\partial \theta} \end{aligned} \quad j = i, 0 \quad (۵)$$

فرض شده که نوسانات به شکل رابطه ۶ هستند:

نوسانات فشار درون لایه مایع

نوسانات فشار درون لایه حلقوی سیال مایع از طریق حل معادلات (۴) محاسبه می‌شود. با قرار دادن معادله (۶) در معادلات (۴) و پس از ساده‌سازی، روابط زیر به دست می‌آیند:



شکل ۶- ترتیب تأثیر پایدارکنندگی

$$\begin{aligned} \frac{\hat{v}}{r} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial r} + \frac{1}{r}(in)\hat{\omega} + ik'\hat{u} &= 0 \\ \frac{1}{k'}(-\omega + k'U_l + \frac{nA_l}{r^2})\hat{u} + \frac{1}{k'i}V_l \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} &= -\frac{1}{\rho_l}\hat{p}_l \\ i(-\omega + k'U_l + \frac{nA_l}{r^2})\hat{v} + V_l \frac{\partial \hat{v}}{\partial r} - \frac{2A_l}{r^2}\hat{\omega} &= -\frac{1}{\rho_l} \frac{\partial p'_l}{\partial r} \\ \frac{r}{ni}(-\omega + k'U_l + \frac{nA_l}{r^2})\hat{\omega} + \frac{r}{ni} \frac{V_l}{r} + \frac{r}{ni}V_l \frac{\partial \hat{\omega}}{\partial r} + \frac{r}{ni} \frac{A_l}{r^2}\hat{v} &= -\frac{1}{\rho_l}\hat{p}_l \end{aligned} \quad (14)$$

که در این روابط $k' = \frac{k}{\cos \alpha}$ می‌باشد. حال لازم است پارامترهای \hat{u} و \hat{v} و $\hat{\omega}$ و \hat{p} از معادلات استخراج شوند. با دستکاری معادلات فوق، روابط زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{\hat{v}}{r} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial r} + \frac{1}{r}(in)\hat{\omega} + ik'\hat{u} &= 0 \\ \frac{1}{k'}(-\omega + k'U_l + \frac{nA_l}{r^2})\hat{u} + \frac{1}{k'i}V_l &= \frac{r}{ni}(-\omega + k'U_l + \frac{nA_l}{r^2})\hat{\omega} + \frac{r}{ni} \frac{V_l}{r} + \frac{r}{ni}V_l \frac{\partial \hat{\omega}}{\partial r} + \frac{r}{ni} \frac{A_l}{r^2}\hat{v} \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} \\ \frac{1}{k'}(-\omega + k'U_l + \frac{nA_l}{r^2})\frac{\partial \hat{u}}{\partial r} + \frac{1}{k'i}V_l \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial r^2} &= i(-\omega + k'U_l + \frac{nA_l}{r^2})\hat{v} + V_l \frac{\partial \hat{v}}{\partial r} - \frac{2A_l}{r^2}\hat{\omega} \end{aligned} \quad (15)$$

جواب دستگاه‌های معادلات فوق به صورت تحلیلی قابل محاسبه نمی‌باشد. برای حل این دستگاه از نرم‌افزار میپل استفاده شده است. با استفاده از آن پارامترهای \hat{u} و \hat{v} و $\hat{\omega}$ به دست می‌آیند و در نهایت با استفاده از معادله دوم یا چهارم دستگاه (۱۴)، \hat{p} محاسبه می‌شود.

$$(\vec{v}_1 + \vec{u}_1) \cdot \vec{n} = (\vec{v}_2 + \vec{u}_2) \cdot \vec{n} \quad (9)$$

که در این رابطه $\vec{v}_{1,2}$ و $\vec{u}_{1,2}$ بردارهای سرعت موضعی (مؤلفه‌های سرعت عمودی و محوری سیال و گاز) در دو طرف سطح مشترک و \vec{n} بردار نرمال واحد موضعی سطح مشترک می‌باشد. معادله (۸) برای سطح مشترک درونی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} v_{\xi i} &= \frac{D\eta_i}{Dt} = \frac{\partial \eta_i}{\partial t} + U_i \frac{\partial \eta_i}{\partial x} + V_i \frac{\partial \eta_i}{\partial r} \quad r = r_i(x) \\ v_{\xi l} &= \frac{D\eta_i}{Dt} = \frac{\partial \eta_i}{\partial t} + U_l \frac{\partial \eta_i}{\partial x} + V_l \frac{\partial \eta_i}{\partial r} + \frac{A_l}{r^2} \frac{\partial \eta_i}{\partial \theta} \quad r = r_i(x) \end{aligned} \quad (10)$$

معادله (۸) برای سطح مشترک بیرونی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} v_{\xi o} &= \frac{D\eta_o}{Dt} = \frac{\partial \eta_o}{\partial t} + U_o \frac{\partial \eta_o}{\partial x} + V_o \frac{\partial \eta_o}{\partial r} \quad r = r_o(x) \\ v_{\xi l} &= \frac{D\eta_o}{Dt} = \frac{\partial \eta_o}{\partial t} + U_l \frac{\partial \eta_o}{\partial x} + V_l \frac{\partial \eta_o}{\partial r} + \frac{A_l}{r^2} \frac{\partial \eta_o}{\partial \theta} \quad r = r_o(x) \end{aligned} \quad (11)$$

شرط مرزی دینامیکی

این شرط، بالانس میان نیروها در دو سطح مشترک سیال مایع و گاز شامل نیروهای فشاری، لزجت و تنش سطحی را بیان می‌کند:

$$\begin{aligned} (p'_l - p'_j) &= \sigma k + (\vec{\tau}_l - \vec{\tau}_j) \cdot \vec{n} + \\ \rho_j \frac{\omega_j^2}{r_j} \eta_j - \rho_l \frac{\omega_l^2}{r_l} \eta_j \quad j &= i, o \end{aligned} \quad (12)$$

در رابطه فوق σ تنش سطحی، τ تنش ویسکوزی است. همچنین، بردار \vec{n} یکه نرمال بیرونی در سطح مشترک گاز و مایع است. در رابطه (۱۲)، k انحناى موضعی سطح می‌باشد. با صرف نظر از لزجت و در نظر گرفتن معادلات فوق در سطح مشترک داخلی و خارجی، معادلات زیر حاصل می‌شوند:

$$\begin{aligned} (p'_l - p'_i) &= -\sigma \left(\frac{\partial^2 \eta_i}{\partial x^2} + \frac{1}{r_i^2} \frac{\partial^2 \eta_i}{\partial \theta^2} + \frac{\eta_i}{r_i^2} \right) - \rho_l \frac{A_l^2}{r_i^3} \eta_i \\ (p'_l - p'_o) &= -\sigma \left(\frac{\partial^2 \eta_o}{\partial x^2} + \frac{1}{r_o^2} \frac{\partial^2 \eta_o}{\partial \theta^2} + \frac{\eta_o}{r_o^2} \right) - \rho_l \frac{A_l^2}{r_o^3} \eta_o \end{aligned} \quad (13)$$

در شکل ۶ ترتیب پایدارکنندگی نیروهای عمل‌کننده روی سطوح مشترک ارائه شده است. نیروی لزجت تلاش در حفظ پایداری لایه و نیروهای آیرودینامیک تلاش در افزایش ناپایداری و شکست لایه سیال دارند. در این میان، نیروهای فشاری، گریز از مرکز و کشش سطحی نیز بر پایداری و ناپایداری سطح، مطابق با ترسیم زیر اثر گذارند.

نوسانات فشار در گاز درونی و بیرونی

نوسانات فشار گاز درونی و بیرونی با حل معادلات (۵) به دست می‌آید. با قرار دادن معادله (۶) در معادلات (۵)، معادلات نوسانی خطی برای هوای درونی به دست می‌آیند. به دلیل نداشتن چرخش هوا، معادلات هوای درونی و بیرونی به هم شبیه است.

$$\frac{\hat{v}}{r} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial r} + \frac{1}{r}(in)\hat{\omega} + ik'\hat{u} = 0$$

$$\frac{1}{ik'} \left[(-\omega i + ik'U_j)\hat{u} + V_j \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} \right] = -\frac{1}{\rho_j} \hat{p}_j$$

$$i(-\omega + k'U_j)\hat{v} + V_j \frac{\partial \hat{v}}{\partial r} = -\frac{1}{\rho_j} \frac{\partial p'_j}{\partial r} \quad j = i, o \quad (16)$$

$$\frac{r}{ni} \left((-i\omega + ik'U_j)\hat{\omega} + V_i \frac{\partial \hat{\omega}}{\partial r} + \frac{V_j \hat{\omega}}{r} \right) = -\frac{1}{\rho_j} \hat{p}_j$$

با دستکاری معادلات فوق، روابط زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\hat{v}}{r} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial r} + \frac{1}{r}(in)\hat{\omega} + ik'\hat{u} = 0$$

$$\frac{1}{ik'} \left[(-\omega i + ik'U_j)\hat{u} + V_j \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} \right] = \frac{r}{ni} \left((-i\omega + ik'U_j)\hat{\omega} + V_j \frac{\partial \hat{\omega}}{\partial r} + \frac{V_j \hat{\omega}}{r} \right) \quad j = i, o \quad (17)$$

$$\frac{1}{ik'} \left[(-\omega i + ik'U_j) \frac{\partial \hat{u}}{\partial r} + V_j \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial r^2} \right] = i(-\omega + k'U_j)\hat{v} + V_j \frac{\partial \hat{v}}{\partial r}$$

از حل دستگاه معادلات شامل معادلات فوق، پارامترهای \hat{u} و \hat{v} و $\hat{\omega}$ به دست می‌آیند و در نهایت با استفاده از معادله دوم یا چهارم دستگاه (۱۶)، \hat{p} محاسبه می‌شود.

معادله توزیع بدون بعد نهایی

بعد از اعمال معادلات (۶) و (۷) در شرط مرزی دینامیکی یعنی معادلات (۱۳)، خواهیم داشت:

$$(\hat{p}_l - \hat{p}_i) = \sigma \left(\frac{1}{r_l^2} - \frac{k^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{n^2}{r_l^2} \right) \hat{\eta}_i - \rho_l \frac{A_l^2}{r_l^3} \hat{\eta}_i$$

$$(\hat{p}_l - \hat{p}_o) = \sigma \left(\frac{1}{r_o^2} - \frac{k^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{n^2}{r_o^2} \right) \hat{\eta}_i - \rho_i \frac{A_i^2}{r_o^3} \hat{\eta}_o \quad (18)$$

با جایگذاری مقادیر نوسانات فشار مایع، گاز داخلی و خارجی در معادلات بالا و حذف مقادیر $\hat{\eta}_i, \hat{\eta}_o$ در نهایت یک معادله نهایی به دست می‌آید. به منظور تعیین نقش نیروهای مختلف، خواص مایع و پارامترهای هندسی در مدل شکست لایه مایع، معادله نهایی با استفاده از پارامترهای بدون بعد زیر بی‌بعد شده است:

$$We_{ix} = \frac{\rho_i U_i^2 R_b}{\sigma} . We_{ox} = \frac{\rho_o U_o^2 R_b}{\sigma}$$

$$We_{lx} = \frac{\rho_l U_l^2 R_b}{\sigma} . We_{lr} = \frac{\rho_l V_l^2 R_b}{\sigma}$$

$$We_{or} = \frac{\rho_o V_o^2 R_b}{\sigma} . We_{lr} = \frac{\rho_l V_l^2 R_b}{\sigma} \quad (19)$$

$$We_{ls} = \frac{\rho_l A_l^2}{\sigma R_b} . g_i = \frac{\rho_i}{\rho_l} . g_o = \frac{\rho_o}{\rho_l} . h = \frac{R_a}{R_b}$$

$$\bar{k} = k R_b . \bar{\omega} = \frac{\omega R_b}{U_l}$$

معادله بی‌بعد نهایی را می‌توان به صورت ساده زیر نشان داد:

$$f(\bar{\omega}, \bar{k}, \alpha, h, g_i, g_o, We_{ix}, We_{ox}, We_{lx}, We_{lr}, We_{or}, We_{lr}, We_{ls}) = 0 \quad (20)$$

مهمترین عدد بی‌بعد معادله نهایی، عدد وبر می‌باشد. قبلاً توضیح داده شد که اعداد رینولدز و فرود کنار گذاشته شده‌اند. ضرایب به کار رفته در معادله فوق به عدد موج، شرایط جریان و پارامترهای هندسی بستگی دارند. معادله نهایی با استفاده از روش عددی در نرم‌افزار میپل حل و با تغییر مقادیر ورودی، ریشه‌های آن حاصل می‌شود. معادله (۲۰) یک معادله غیر خطی درجه ۴ می‌باشد که ریشه‌های آن مختلط و برحسب نرخ رشد موج به صورت بدون بعد $\bar{\omega} = \bar{\omega}_r + i\bar{\omega}_i$ می‌باشند. بیشینه بخش موهومی ریشه‌های این معادله یعنی $\bar{\omega}_i$ نشان‌دهنده نرخ رشد بیشینه نوسانات (فرکانس نقطه شکست) است که طول شکست اولیه اسپری از آن متأثر است. نرخ رشد بیشینه موج در واقع بیشینه مقدار بخش موهومی فرکانس موجی است که در یک عدد موج بحرانی رخ داده و موجب شکست جت سیال و تبدیل آن به لیگامنت و قطره می‌شود. قطر میانگین قطرات نیز متأثر از عدد موج مربوط به نرخ رشد بیشینه موج است.

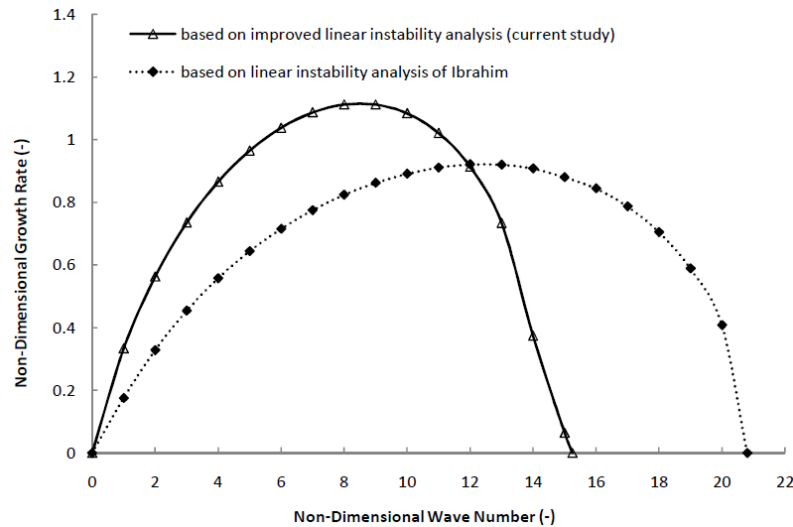
نتایج تحلیل ناپایداری

مدل توسعه داده شده در این مقاله به گونه‌ای است که می‌توان در آن هر زاویه پاشش مد نظر (از ۰ تا ۱۸۰ درجه) را لحاظ نمود. با استخراج نتایج از مدل و ترسیم نمودار نرخ رشد موج برحسب عدد موج مشاهده می‌شود که این منحنی (نظیر منحنی شکل ۷) دارای یک مقدار بیشینه (نرخ رشد موج) می‌باشد. هر عاملی که سبب افزایش این مقدار نرخ رشد موج و عدد موج می‌شود، به ترتیب موجب کاهش طول شکست اسپری و اندازه قطره شده و در نتیجه منجر به بهبود اتمیزاسیون مایع می‌شود. زیرا، افزایش نرخ رشد موج سبب می‌شود که دامنه موج ناپایدار روی لایه سیال سریع‌تر رشد و لایه مایع را گسیخته کند و در نتیجه طول شکست کم می‌شود. افزایش عدد موج به معنای کاهش طول موج است. از طرفی، طول موج رابطه مستقیم با اندازه لیگامنت‌ها و قطرات جدا شده دارد. بنابراین، افزایش عدد موج سبب کاهش اندازه قطرات می‌شود. نتیجه این کاهش سایز قطرات، بهتر شدن اتمیزاسیون است. در شکل ۷ منحنی نرخ رشد موج به روش بهبودیافته خطی (روش توسعه داده شده در این مقاله) با روش خطی مرسوم برای آنزکتور طراحی شده آزمایشگاهی مقایسه شده است.

تفاوت لحاظ نمودن تأثیر زاویه و سرعت شعاعی در مدل، در پیش‌بینی مشخصات ناپایدارترین موج به کمک شکل ۷ مشاهده می‌شود و در جدول ۲ به صورت کمی نشان داده شده است. اختلاف

شده است. در حالت کلی، نتایج مدل سازی برای شرایط ارائه شده در جدول ۳ و برای آنزکتور طراحی شده تحت مطالعه این مقاله، استخراج شده است. بقیه پارامترها نیز با کمک همین داده های جدول ۳ قابل محاسبه اند.

موجود در شکل ۷ به این دلیل است که در مدل ابراهیم تأثیر زاویه مخروط لحاظ نشده و اسپری به صورت استوانه ای (با زاویه مخروط صفر) مدل شده است. اما در مدل حاضر، تئوری ناپایداری بر روی لایه مخروطی پیاده سازی شده و اثر زاویه مخروط در مدل لحاظ



شکل ۷- مقایسه منحنی نرخ رشد موج به روش بهبود یافته خطی با روش خطی مرسوم برای آنزکتور طراحی شده آزمایشگاهی در شرایط $W_{e_{ix}} = 3390$. $W_{e_{ox}} = 0$. $W_{e_{is}} = 347$. $W_{e_{os}} = 0$. $g_i = g_o = 0.00122$. $h = 0.78$. $n = 0$

به منظور صحت گذاری مدل اصلاح شده جدید، نتایج روش خطی بهبود یافته با نتایج تجربی و تحلیلی موجود در منابع مقایسه شده است. تلاش شده است تا شرایط ورودی حاکم بر آزمون تجربی و مدل تحلیلی استفاده شده در منابع گذشته تا حد امکان برای مدل جدید پیاده سازی شود. شکل ۸ مقایسه نتایج تحلیل خطی مرسوم [۹] و روش خطی پیشنهاد شده در این مقاله را نشان می دهد. این شکل نشان می دهد که امکان استخراج نتایج حالت استوانه ای (یعنی جت با زاویه پاشش صفر درجه) از روش پیشنهاد شده وجود دارد که با صفر نمودن زاویه اسپری به عنوان یک حالت خاص، مهیا شده است. نمودار حاصل همخوانی بسیار مناسبی را میان نتایج دو روش برای حالت لایه استوانه ای نشان می دهد. شکل ۹ مقایسه روش خطی بهبود یافته و نتایج تجربی را در پیش بینی تغییرات نرخ رشد موج بی بعد بر حسب عدد موج بی بعد نشان می دهد. مشاهده می شود که روش خطی بهبود یافته تطابق بسیار خوبی با نتایج تجربی در پیش بینی مشخصه های موج ناپایدار دارد. عوامل متعددی نظیر سرعت محوری گاز بیرونی، زاویه پاشش، ضخامت لایه سیال، نسبت چگالی گاز به مایع، سرعت چرخشی لایه مایع، سرعت محوری لایه مایع و غیره بر مشخصه های ناپایدارترین موج سطح لایه سیال شامل نرخ رشد و عدد موج تأثیر گذارند. به عنوان نمونه، تأثیر زاویه پاشش بر نتیجه این تحلیل بررسی شده است. این بررسی در شکل ۱۰ ارائه

جدول ۲- مقایسه نرخ رشد موج و عدد موج در روش بهبود یافته خطی با روش خطی مرسوم

روش جدید	روش قدیمی	
۱/۱	۰/۹۵	بیشینه نرخ رشد موج
۸/۵	۱۲/۵	عدد موج

جدول ۳- داده های اولیه

مقدار	پارامتر
$U_1 = 12.85 \text{ m/s}$	سرعت محوری جت مایع
$V_1 = 2.8 \text{ m/s}$	سرعت عمودی جت مایع
$A_i = -0.005 \text{ m}^2 / \text{s}$	قدرت گردابه در مایع
$U_i = -5 \text{ m/s}$	سرعت محوری گاز داخلی
$V_i = 0 \text{ m/s}$	سرعت عمودی گاز داخلی
$U_o = 0 \text{ m/s}$	سرعت محوری گاز بیرونی
$V_o = 0 \text{ m/s}$	سرعت عمودی گاز بیرونی
$\rho_i = 998.2 \text{ kg/m}^3$	چگالی جت مایع
$\rho_o = 1.22 \text{ kg/m}^3$	چگالی گاز داخلی و بیرونی
$\sigma = 0.0736 \text{ kg/s}^2$	تنش سطحی
$R_o = 0.002 \text{ m}$	شعاع خارجی لایه
$R_i = 0.0016 \text{ m}$	شعاع داخلی لایه

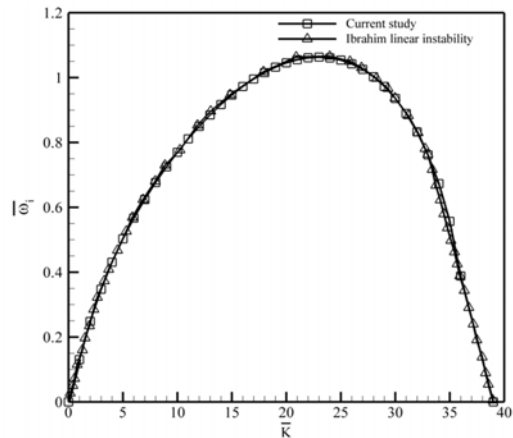
نتیجه گیری

مهم‌ترین دلیل ایجاد اختلالات نوسانی سطح مایع بلافاصله پس از خروج از دهانه انژکتور، توربولانسی بودن مایع درون انژکتور است. این اختلالات پس از خروج از انژکتور به دلیل اختلاف سرعت سیال و هوای محیط تحریک شده و رشد می‌کنند و نهایتاً منجر به شکست لایه سیال می‌شوند. به منظور رسیدن به درک بهتر از شکست لایه حلقوی مایع و همچنین اینکه طول شکست و قطر میانگین جرمی قطرات تولید شده از یک اسپری متأثر از مشخصه‌های شکست لایه سیال است، ناپایداری لایه سیال مورد مطالعه قرار گرفته است. کلیه مدل‌های قبلی مورد مطالعه توسط محققین به صورت مدل استوانه‌ای (یعنی بدون لحاظ نمودن زاویه اسپری و سرعت‌های شعاعی لایه مایع و گازهای داخلی و خارجی) بوده است. اما مدل پیاده شده در این تحقیق این امکان را فراهم ساخته است که فرآیند ناپایداری برای لایه مخروطی مدل شود. یعنی زاویه مخروط اسپری، سرعت‌های شعاعی لایه مایع و گاز درونی و بیرونی نیز در معادلات حاکم لحاظ شده‌اند و تا آنجا که ممکن بوده است به صورت تحلیلی، ساده‌سازی معادلات انجام گرفته است. پس از آن به دلیل پیچیدگی زیاد دستگاه‌های معادلات به روش عددی حل شده‌اند. نتایج نشان داده است که تحلیل ناپایداری خطی بهبودیافته ILIA، پیش‌بینی مشخصه‌های ناپایداری را بهبود خوبی بخشیده است و همخوانی به مراتب مناسبتری با نتایج تجربی نسبت به تحلیل پایداری خطی مرسوم دارد. لازم به ذکر است که عوامل متعددی نظیر سرعت محوری گاز بیرونی، زاویه پاشش، ضخامت لایه سیال، نسبت چگالی گاز به مایع، سرعت چرخشی لایه مایع، سرعت محوری لایه مایع و غیره بر مشخصه‌های ناپایدارترین موج سطح لایه سیال شامل نرخ رشد و عدد موج تأثیرگذارند. به عنوان نمونه، تأثیر زاویه پاشش بر نتیجه این تحلیل بررسی شد که نشان داد با افزایش زاویه پاشش، ماکزیمم نرخ رشد موج افزایش و عدد موج معادلش کاهش می‌یابد.

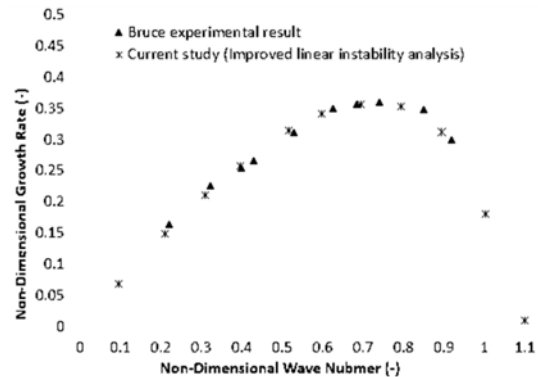
مراجع

- [1] L. Bayvel, z. Orzechovski, *liquid atomization*, Second Edition, Taylor & Francis, 1993.
- [2] S. P. Lin, *Breakup of Liquid Sheets and Jets*, First Edition, Cambridge University Press, 2003.
- [3] W.A. Sirignano, C. Mehring, Review of Theory of Distortion and Disintegration of Liquid Streams, *Progress in Energy and Combustion Science*, Vol. 26, No. 4, pp. 609-655, 2000.
- [4] J.C. Lasheras, E. J. Hopfinger, Liquid jet instability and atomization in a coaxial gas stream, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 3, No. 1, pp. 275-308, 2000.
- [5] K.A. Sallam, Z. Dai and G.M. Faeth, liquid breakup at the surface of turbulent round liquid jets in still gases, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 28, No. 3, pp. 427-449, 2002.

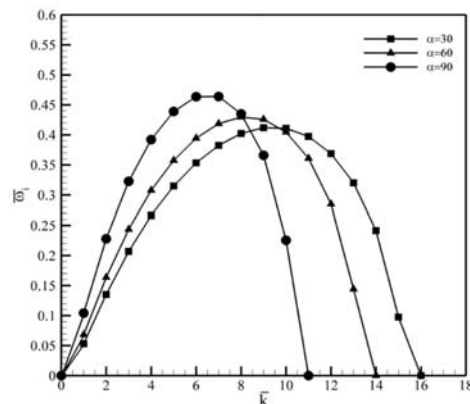
شده است. مطابق این نمودار با افزایش زاویه پاشش، ماکزیمم نرخ رشد موج افزایش و عدد موج معادلش کاهش می‌یابد.



شکل ۸- مقایسه منحنی نرخ رشد موج به روش بهبودیافته با روش خطی مرسوم در شرایط $We_{ix} = 10000$. $We_{ix} = 0$. $We_{ox} = 70$. $We_{is} = 500$. $We_{is} = We_{os} = 0$. $g_i = g_o = 0.00123$. $h = 0.677$. $n = 0$



شکل ۹- مقایسه منحنی نرخ رشد بی‌بعد بر حسب عدد موج حاصل از روش خطی بهبودیافته با نتایج تجربی در شرایط $Re = 169$, $d_n = 0.02$ mm , $\rho_l = 1022$ g/l , $\mu_l = 0.00262$ pa , $\sigma = 0.05$ kg/s²



شکل ۱۰- تأثیر زاویه پاشش روی توزیع نرخ رشد موج بی‌بعد در شرایط $We_{ix} = 4479$. $We_{ix} = 0.83$. $We_{ox} = 0$. $We_{is} = 169$. $We_{is} = 0$. $We_{os} = 0$. $g_i = g_o = 0.00122$. $h = 0.8$. $n = 0$

- International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 20, No. 5, pp. 499-506, 1999.
- [14] Y. Liao, S. M. Jeng, M. A. Jog, M. A. Benjamin, Advanced Sub-Model for Airblast Atomizers, *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 17, No. 2, pp. 411-417, 2001.
- [15] Q. Du, X. Li, Effect of Gas Stream Swirls on the Instability of Viscous Annular Liquid Jets, *Acta Mechanica*, vol. 176, No. 1, pp. 61-81, 2005.
- [16] Y. Liao, S. M. Jeng, M. A. Jog, M. A. Benjamin, Effect of Air Swirl Profile on the Instability of a Viscous Liquid Jet, *J. Fluid Mech.*, Vol. 424, No. 1, pp. 1-20, 2000.
- [17] Y. Liao, A. T. Sakman, S. M. Jeng, M. A. Jog, M. A. Benjamin, A comprehensive Model to Predict Simplex Atomizer Performance, *J. of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 121, No. 1, pp. 285-294, 1999.
- [18] E. A. Ibrahim, T. R. McKinney, Injection Characteristics of Non-swirling and Swirling Annular Liquid Sheets, *Proc. IMechE Part C: J. Mechanical Engineering Science*, Vol. 220, No. 2, pp. 203-214, 2006.
- [19] J.M. Gordillo, M.P. Saborid, Aerodynamic effects in the break-up of liquid jets: on the first wind-induced break-up regime, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 541, No.1, pp. 1-20, 2005.
- [20] F. Ommi, s. Soheili, SA. Mahdavi, AR. Niazmand, non-linear instability analysis of primary breakup of jet exposed to swirl gas, *10th international conference of aerospace*, Iran, Tehran, 2010. (in persian)
- [6] F. Chen, J.-Y. Tsaur, F. Durst, S. K. Das, On the Axisymmetry of Annular Jet Instabilities, *J. Fluid Mech.*, vol. 488, No. 1, pp. 355-367, 2003.
- [7] M. V. Panchagnula, P. E. Sojka, P. J. Santangelo, On the Three-Dimensional Instability of a Swirling, Annular, Inviscid Liquid Sheet Subject to Unequal Gas Velocities, *Physics of Fluids*, Vol. 8, No. 12, pp. 3000-3312, 1996.
- [8] W.A. Sirignano, C. Mehring, Comments on Energy Conservation in Liquid-Stream Disintegration, *Proceedings of ICLASS*, USA, Pasadena, California, 2000.
- [9] AA. Ibrahim, *Comprehensive study of internal flow field and linear and nonlinear instability of an annular liquid sheet emanating from an atomizer*, Ph. D. thesis, University of Cincinnati, 2006.
- [10] F. Ommi, SA. Mahdavi, investigation of the effect of gas swirl on the atomization of an annular spray, *8th international conference of aerospace*, Malek Ashtar university, Iran, Isfahan, 2013. (in persian)
- [11] A.A. Ibrahim, M. A. Jog, S. M. Jeng, Computational Simulation of Two-Phase Flow in Simplex Atomizers, *ILASS-AMERICAS*, US, Irvine, California, 2005.
- [12] J. Cao, Theoretical and Experimental Study of Atomization from an Annular Liquid Sheet, *J. Automobile Engineering*, Vol. 217, No. 8, pp. 735-734, 2003.
- [13] X. Jeandel, C. Dumouchel, Influence of the Viscosity on the Linear Stability of an Annular Liquid Sheet,