

# معرفی و پیاده‌سازی روش وابستگی تو در تو برای تخمین رفتار سازه کپسول زیستی فضایی

عرفان بیگی<sup>۱\*</sup> و امیرحسین آدمی<sup>۲</sup>

۱ و ۲- مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

\*تهران، صندوق پستی: ۱۴۶۶۵/۱۴۳

Adami\_amir@mut.ac.ir

اصولاً برای تحلیل سازه‌هایی با پارامترهای مختلف، بسته به نوع سازه و پارامترهای آن زمان زیادی باید صرف کرد. همچنین با تغییر هر پارامتر باید کلیه روند تحلیل مجدداً تکرار شود. بنابراین برای بررسی تأثیر پارامترهای مختلف بر رفتار سازه باید تحلیل‌های زیادی که زمان‌بر نیز هستند انجام پذیرد. نتایج به دست آمده نیز فقط برای همان پارامترها صادق است، و با تغییر پارامترها دیگر معتبر نیست. در این تحقیق، روشی مبتنی بر وابستگی تو در تو تدوین شده است که می‌توان بر اساس آن رفتار سازه را با دقتی مناسب با صرف زمانی کوتاه تعیین کرد. در این روش، ابتدا برای پارامترهای مختلف سازه یک بازه در نظر گرفته می‌شود، سپس با روش تحلیل المان محدود و اعمال بارگذاری و شرایط مرزی مورد نظر رفتار سازه تعیین می‌شود. با تکرار این روند می‌توان با استفاده از روش وابستگی تو در تو مدلی با دقت مناسب برای تخمین رفتار سازه در اثر ورودی‌های مختلف ارائه کرد.

**واژه‌های کلیدی:** وابستگی تو در تو، اجزای محدود، کپسول فضایی، تحلیل سازه، ضریب اطمینان

## علائم و اختصارات

Atmospheric Reentry Demonstrator (ARD)	کپسول فضایی ARD
$h_i$	هم ضریب متغیرهای مستقل
$P_{i1}$	قطر فریم
$M_i$	خروجی پنج تابع جرم

## مقدمه

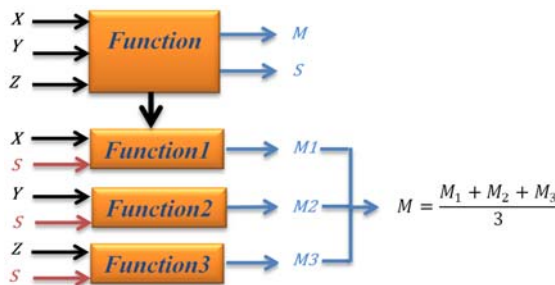
دسته اول جای گرفته که برای ساختارهای ساده مانند پوسته‌ها یا تیرها توسعه یافته‌اند و برای سازه‌های پیچیده دارای مقداری خطا هستند. روش‌های مبتنی بر المان محدود برای سازه‌های پیچیده کاربرد دارد و نتایج دقیق ارائه می‌دهد. هر دو روش طراحی فوق مبتنی بر تحلیل هستند. این بدان معنی است که ابتدا باید پارامترهای مختلف مورد نیاز تحلیل سازه از قبیل ابعاد هندسی، ضخامت‌ها و نحوه اتصالات مشخص باشد تا بتوان تحلیل سازه را انجام داد و سپس بر اساس نتایج استخراج شده از تحلیل، بررسی کرد که آیا این طرح پاسخگوی قیود و یا کارایی مورد انتظار است یا نه. با اتمام این فاز نوبت به بهینه‌سازی می‌رسد. در این فاز تمرکز بر یافتن راه حلی است که علاوه بر ارضای قیود، جرم را نیز کمینه نماید. این موضوع اصطلاحاً طراحی بهینه نامیده می‌شود. برای بهینه‌سازی سازه، تلاش‌های مختلفی انجام شده که در معیار بهینه‌سازی و الگوریتم بهینه‌سازی متفاوت هستند. موارد زیر را می‌توان به اختصار بیان کرد. در مرجع [۲] بهینه‌سازی سختی سازه‌های الاستیک غیرخطی با استفاده از روش‌های گرادیان پایه ارائه شده است. در مرجع [۳]

سازه‌های هوافضایی عموماً به طراحی سبک نیازمند هستند. در اینگونه وسایل هدف بهینه نمودن مقاومت سازه نسبت به وزن است [۱]. این موضوع در خصوص قابلیت اطمینان و هزینه نیز مورد توجه قرار گرفته است. فارغ از نوع سازه و نحوه اتصال آنها، روش مورد استفاده برای تحلیل را می‌توان به دو دسته طراحی ساده و طراحی دقیق دسته‌بندی کرد. روش‌های تحلیلی برای طراحی سازه عموماً در

۱. کارشناسی ارشد هوافضا

۲. استادیار (نویسنده مخاطب)

عنوان متغیرهای ورودی و جرم به عنوان متغیر خروجی باشد. شکل (۱) به صورت شماتیک نشان می‌دهد چطور تابع اولیه به سه تابع دیگر برای رسیدن به هدف مورد نظر تبدیل می‌شود. جهت دستیابی به چنین تابعی طبق روش وابستگی تو در تو، ابتدا به ازای سه مقدار مختلف  $X_i, Y_i, Z_i$  در حالی که  $i = 1, 2, 3$  می‌باشد، سه مقدار مجزا برای هر یک از خروجی‌های  $M_i, S_i$  بدست آورده می‌شود. یعنی ابتدا  $Y, Z$  ثابت و  $X$  متغیر، بعد  $X, Z$  ثابت و  $Y$  متغیر و در آخر  $X, Y$  ثابت و  $Z$  متغیر که در هر حالت سه مقدار برای  $M_i, S_i$  حاصل می‌شود. یعنی ماتریس  $P_1$  ضرایب  $X^2$ ، ماتریس  $P_2$  ضرایب  $X$  و ماتریس  $P_3$  ضرایب ثابت را شامل می‌شود. حال به طور دلخواه یکی از متغیرهای ورودی (در اینجا متغیر  $X$ ) انتخاب می‌شود، و با سه مقدار آن ماتریس  $X = [X_1, X_2, X_3]$  تشکیل داده می‌شود. سپس ماتریس  $X$  و  $P_1$  سه نقطه تشکیل می‌دهند که از بین آنها یک تابع درجه دو عبور داده می‌شود که حاصل تابع  $g_1$  است. مشابه همین کار برای نقاط  $X, P_2$  و  $X, P_3$  نیز تکرار می‌شود، که در نهایت سه تابع درجه دو  $g_1, g_2, g_3$  بدست می‌آید. چون هدف رسیدن به تابعی است که تنها خروجی آن  $M$  باشد، یک تابع درجه دو مطابق رابطه (۱) تشکیل داده می‌شود که متغیرهای مستقل آن  $X, S$  و متغیر وابسته آن  $M$  می‌باشد.



شکل ۱- تبدیل تابع اولیه به تابع هدف

در رابطه (۲) منظور از عبارت  $polyval(g_1, X)$  یعنی در تابع  $g_1$  مقدار  $X$  قرار داده شود. همین روند برای مقادیر  $Y, Z$  نیز تکرار می‌شود تا مطابق رابطه (۳) سه تابع حاصل شود که خروجی هر کدام یک  $M$  است. نهایتاً می‌توان با محاسبه میانگین این سه خروجی به یک  $M$  کلی رسید. شکل (۲) این روند را به صورت یک بلوک-دیگرام نشان می‌دهد.

$$M = g_1 \times S^2 + g_2 \times S + g_3 \quad (1)$$

$$M = (polyval(g_1, X)) \times X^2 + (polyval(g_2, X)) \times X + polyval(g_3, X) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} M_1 &= h1(X, S) \\ M_2 &= h2(Y, S) \\ M_3 &= h3(Z, S) \end{aligned} \quad (3)$$

$$M = (M_1 + M_2 + M_3) / 3$$

سایزینگ و بهینه‌سازی سازه‌های مشبک (خرپا) با استفاده از الگوریتم جاوا ارائه شده است. این روش برای یک مسئله بهینه‌سازی با ۲۰۴ متغیر بهینه‌سازی مورد ارزیابی قرار گرفته است. مرجع [۴] به ارائه بهینه‌سازی طراحی چیدمان سازه‌های مشبک برای حداکثر سازی سختی برشی پرداخته است. در مرجع [۵] به بهینه‌سازی همزمان چیدمان و سایزینگ سازه‌های مشبک با استفاده برنامه‌نویسی ژنتیک پرداخته است. کاری مشابه برای بهینه‌سازی سازه‌های مشبک با استفاده از روش الگوریتم جستجوی گرانشی<sup>۳</sup> در مرجع [۶] ارائه شده است. کلیه مراجع بررسی شده به بهینه‌سازی سازه بر اساس تحلیل دقیق پرداخته‌اند و ارائه یک مدل که با دقت مناسب بتواند تخمین‌گر رفتار سازه در حضور تعداد زیاد متغیرهای بهینه‌سازی باشد مغفول مانده است. از طرف دیگر در روش‌های طراحی بهینه چندموضوعی که تعداد زیادی زیرسیستم در کنار هم باید بهینه‌سازی شوند، امکان استفاده از کدهای خیلی دقیق و زمان‌بر در مراحل اولیه طراحی منطقی نیست. در این روش‌ها همواره سعی شده است که با جایگزینی یک مدل مناسب<sup>۴</sup> به جای مدل‌های وقت‌گیر خیلی دقیق، افزایش سرعت رسیدن به پاسخ کسب گردد [۷-۸]. همواره استفاده از روش‌های نوین بهینه‌سازی برای مسایل بزرگ مهندسی همچون بهینه‌سازی سازه مدنظر قرار گرفته که استفاده از روش‌های فرا ابتکاری با توجه به عدم محدودیت به گرادینان تابع بیشتر مورد علاقه است [۹ و ۱۰].

در این مقاله به ارائه یک روش تخمینی غیرخطی مبتنی بر وابستگی تو در تو برای تحلیل سازه مربوط به کپسول‌های فضایی به عنوان یک وسیله بازگشت‌پذیر پرداخته می‌شود. هدف ارائه مدلی است که بتواند رفتار سازه را با دقت مناسب نسبت به تغییر متغیرهای طراحی سازه مدل نماید.

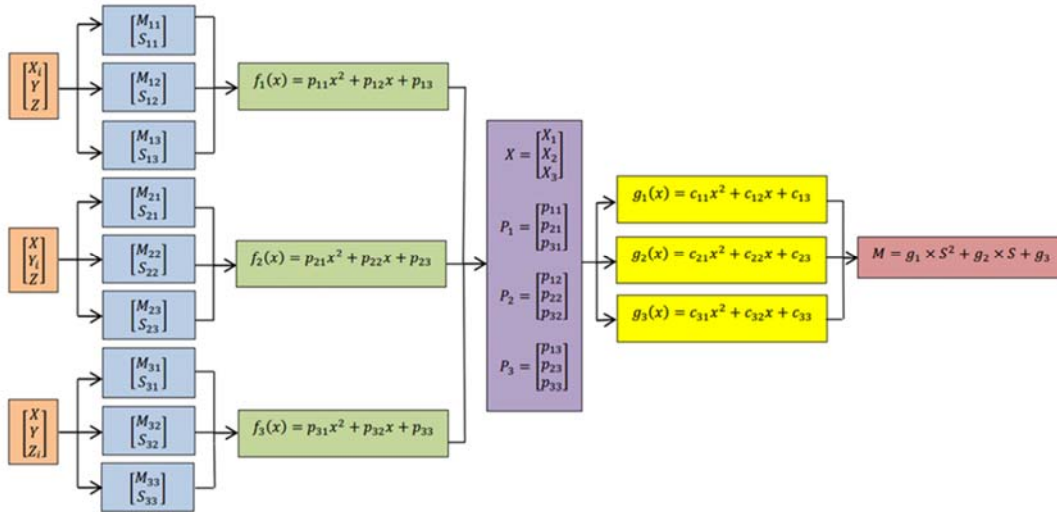
## معرفی روش وابستگی تو در تو

برای معرفی روش وابستگی تو در تو<sup>۵</sup> یک مثال بیان می‌شود. فرض کنید تابعی وجود دارد که دو متغیر وابسته  $(M, S)$  و سه متغیر مستقل  $(X, Y, Z)$  دارد. هدف پیدا کردن تابعی است که ورودی‌های آن  $X, Y, Z$  و  $S$  و خروجی آن  $M$  باشد. یعنی بتوان خروجی مطلوب را به عنوان ورودی به تابع داد. مثلاً فرض کنید سازه‌ای وجود دارد که ابعاد آن به عنوان متغیرهای ورودی و جرم و ضریب ایمنی به عنوان متغیرهای خروجی هستند. فرضاً مطلوب است که دانسته شود به ازای ضریب ایمنی مورد نظر جرم سازه چقدر می‌شود. برای رسیدن به چنین تابعی در این تحقیق از روش وابستگی تو در تو استفاده شده است. بنابراین باید تابعی تشکیل داد که ضریب ایمنی و ابعاد سازه به

3. GSA  
4. Meta-model  
5. Nested dependence

رفتار تابع استخراج می‌شود. هدف اصلی در پیاده‌سازی این روش ایجاد مصالحه بین دقت الگوریتم و پیچیدگی استفاده از آن (تعداد توابع وابسته و تعداد متغیرهای مستقل) است.

به طور خلاصه می‌توان روش وابستگی تو در تو را تقریب وابستگی چندمتغیره و غیرخطی یک تابع نسبت به متغیرهای اصلی آن دانست. در این روش اصولاً نوع وابستگی و همچنین نوع و تعداد متغیرهای مستقل از قبل معلوم نیست و با تحلیل و آنالیز حساسیت



شکل ۲- روش وابستگی تو در تو به صورت بلوک دیاگرام

شکل (۳) لحظه ورود به جو کپسول فضایی ARD را نشان می‌دهد [۱۳]. سازه داخلی کپسول فضایی عمدتاً متشکل از یک سازه ترکیبی از فریم‌ها و استرینگرهاست. سازه داخلی کپسول فضایی مورد مطالعه این مقاله مطابق شکل (۴) در نظر گرفته شده است [۱۴]. کلیه پارامترهای مربوط به بررسی سازه در جدول (۱) آمده است. این پارامترها مربوط به سازه در حالت مینا در نظر گرفته شده است.



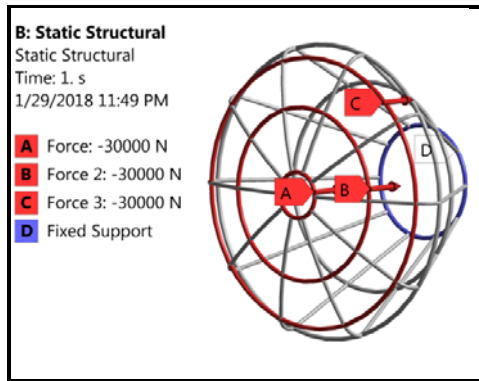
شکل ۳- کپسول فضایی ARD در هنگام ورود به جو

جدول ۱- پارامترهای موثر در سازه کپسول فضایی

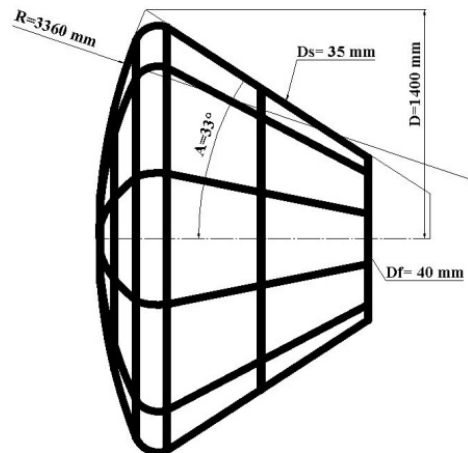
پارامتر	مقدار
قطر فریم ( $D_f$ )	۴۰ mm
قطر استرینگر ( $D_s$ )	۳۵ mm
زاویه ( $A$ )	۳۳ deg
شعاع قسمت مخروطی ( $R$ )	۱۴۰۰ mm
شعاع محور دوران ( $D$ )	۳۳۶۰ mm

## مورد مطالعه

برای بررسی روش وابستگی تو در تو، سازه داخلی یک کپسول فضایی به عنوان مورد مطالعه انتخاب شده است. این مشخصات مربوط به کپسول فضایی ARD آژانس فضایی اروپاست. ARD یک وسیله بازگشت‌پذیر، بدون سرنشین و زیر مداری است که توسط ماهواره‌بر آریان ۵ در ۲۱ اکتبر ۱۹۹۸ پرتاب شد. این کپسول به ارتفاع ۸۳۰ کیلومتری رسید و پس از بازگشت هدایت شده بعد از یک ساعت و ۴۱ دقیقه در فاصله ۴/۹ کیلومتر از نقطه هدف در اقیانوس آرام فرود آمد [۱۱]. در طی بازگشت به جو دمای سپر حرارتی به ۹۰۰ درجه سانتی‌گراد رسید ولی پس از بازگشت به علت عملکرد خوب محافظ حرارتی به کپسول آسیبی نرسید [۱۲]. این کپسول گام بزرگی به سمت توسعه و عملیاتی شدن وسایل حمل و نقل فضایی است که می‌تواند محموله یا انسان را به زمین بازگرداند. کپسول‌های فضایی به خاطر سرعت بالا و اصطکاک آیرودینامیکی در معرض دمای بالا و سایش در مسیر بازگشت قرار می‌گیرند. ARD از چهار قسمت اصلی تشکیل شده است: یک ساختار جدارهای که سپر حرارتی را حمل می‌کند، یک قسمت مخروطی که سیستم کنترل عکس‌العملی و محل سازه ثانویه داخلی را در بر می‌گیرد، یک سازه ثانویه دورن قسمت مخروطی تا از تجهیزات الکترونیکی محافظت کند، یک پوشش دیگر تا در مرحله نزول از تجهیزات محافظت کند و در حین پرواز سیستم‌ها را ریکاوری کند.

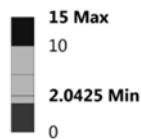


شکل ۵- اعمال بارگذاری و شرایط مرزی بر روی سازه



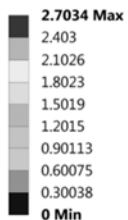
شکل ۴- سازه داخلی کپسول فضایی

B: Static Structural  
Safety Factor  
Type: Safety Factor  
Time: 1  
1/29/2018 11:46 PM



شکل ۶- توزیع ضریب ایمنی بر روی سازه

B: Static Structural  
Total Deformation  
Type: Total Deformation  
Unit: mm  
Time: 1  
1/29/2018 11:44 PM



شکل ۷- میزان تغییر شکل سازه بر اثر بارگذاری

### تحلیل به روش اجزای محدود

ابتدا سازه مبنا با مشخصات شکل (۴) به روش اجزای محدود تحلیل می‌گردد. برای تحلیل، جنس سازه فولادی با مشخصات جدول (۲) در نظر گرفته شده است. سپس فرض می‌شود به قسمتی از سازه که هنگام ورود به جو بیشترین فشار را تحمل می‌کند، مقدار ۹۰ کیلونیوتن نیرو وارد می‌شود. این نیرو به سه قسمت مساوی به سازه وارد می‌شود و قسمت انتهایی سازه به صورت ثابت در نظر گرفته می‌شود. نیروها و شرایط تکیه‌گاهی طبق شکل (۵) بر روی سازه اعمال شده است. پس از شبکه‌بندی سازه، تحلیل انجام می‌شود. نتایج مربوط به حل در جدول (۳) آمده است. شکل (۶) مربوط به توزیع ضریب ایمنی سازه و شکل (۷) میزان تغییر شکل سازه بر اثر اعمال بارگذاری را نشان می‌دهد.

جدول ۲- مشخصات فولاد استفاده شده برای تحلیل سازه

عنوان	مقدار
چگالی ( $\text{kgm}^{-3}$ )	۷۸۵۰
مدول یانگ (Mpa)	۲۰۵
نسبت پواسون	۰٫۳
تنش تسلیم کششی (Mpa)	۲۵۰

جدول ۳- نتایج تحلیل سازه به روش اجزای محدود

مشخصات	مقدار
جرم (kg)	۴۹۲/۸۱
ضریب ایمنی	۲/۰۴۲
بیشترین تنش (Mpa)	۱۲۲/۴
تغییر شکل (mm)	۲/۷۰۳

### استفاده از روش وابستگی تو در تو

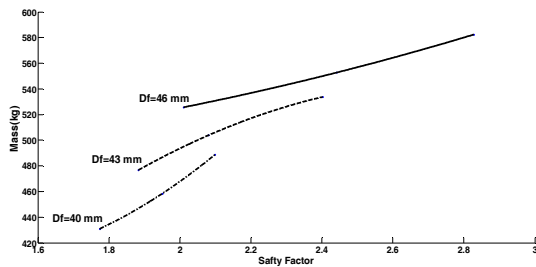
حال برای بررسی تأثیر پنج پارامتر جدول (۱) بر روی سازه از روش وابستگی تو در تو استفاده می‌شود. ابتدا سه پارامتر A, R, D در نظر گرفته می‌شود. سپس برای تعیین بازه تغییرات هر پارامتر مقدار  $\pm 3\%$  و  $\pm 15\%$  برای هر یک از پارامترهای A, R, D محاسبه

**شکل ۸-** تعریف پارامترهای ورودی و خروجی در نرم افزار انسیس

بنابراین سازه مینا در ۹ حالت مختلف تحلیل شده است. همین روند برای ۱۲ حالت دیگر نیز انجام می شود، یعنی به ازای هر ردیف از جدول (۴)، ۹ حالت مربوط به دو پارامتر فریم و استرینگر نیز تحلیل می شود. حال با استفاده از این اطلاعات می توان تابعی تشکیل داد که ورودی آن قطر فریم، ضریب ایمنی و سه پارامتر  $A, R, D$  است و خروجی آن جرم سازه می باشد. نکته قابل توجه اینکه زمانی که ضریب ایمنی به عنوان ورودی به تابع داده می شود یکی از پنج پارامتر اصلی باید حذف شود، تا تابع بین ضریب ایمنی مطلوب و پارامتر حذف شده توازن برقرار کند. در اینجا به دلخواه قطر استرینگر حذف شده است. بنابراین تابع نهایی به ازای چهار پارامتر اصلی قطر استرینگر را طوری تغییر می دهد تا به ضریب ایمنی مورد نظر دست پیدا کند. برای این منظور، ابتدا به عنوان نمونه اطلاعات حاصل از تحلیل مربوط به زاویه  $(A + 15\%)$  در سه حالت مطابق جدول (۶) جدا می شود. همانطور که در جدول (۶) دیده می شود، در حالت قطر فریم ۴۰ و قطر استرینگر ۳۰ جرم سازه  $430.9458.3488.6$  کیلوگرم و ضریب ایمنی  $1/77$  است. اطلاعات مربوط به جرم و ضریب ایمنی در هر حالت قطر فریم تشکیل سه نقطه می دهند. با استفاده از نرم افزار متلب یک چند جمله ای درجه دو از بین این نقاط در هر حالت عبور داده می شود. شکل (۹) مربوط به برازش منحنی بر روی نقاط در سه حالت مختلف قطر فریم است. روابط (۴) مربوط به چند جمله ای های درجه دو بدست آمده در هر حالت است.

**جدول ۶-** نتایج حاصل از تحلیل مربوط به حالت  $(A + 15\%)$

قطر فریم	قطر استرینگر	جرم	ضریب ایمنی
$D_f = 40$	[30,33,36]	[430.9458.3488.6]	[1.77,1.95,2.1]
$D_f = 43$	[30,33,36]	[476.6503.8533.7]	[1.88,2.08,2.4]
$D_f = 46$	[30,33,36]	[525.6552.7582.4]	[2,2.44,2.82]



**شکل ۹-** برازش منحنی بر روی نقاط در سه حالت مختلف قطر فریم

$$\begin{aligned} f_1 &= P_{11}x^2 + P_{12}x + P_{13} \\ f_2 &= P_{21}x^2 + P_{22}x + P_{23} \\ f_3 &= P_{31}x^2 + P_{32}x + P_{33} \end{aligned} \quad (۴)$$

می شود. مثلاً مقدار  $D$  که در حالت مینا  $1400$  میلی متر است  $15\%$  افزایش می یابد که  $1610$  میلی متر می شود و  $15\%$  کاهش می یابد که  $1190$  میلی متر می شود. با تغییر هر پارامتر دو پارامتر دیگر ثابت می ماند. جدول (۴) این مقادیر را نشان می دهد. برای قطر فریم و استرینگر هم مطابق جدول (۵) یک بازه تعیین می گردد. اکنون مطابق جدول (۴)،  $13$  مدل هندسی وجود دارد که برای همه آنها مطابق جدول (۵) یک قطر فریم و یک قطر استرینگر در نظر گرفته می شود. بنابراین  $13$  حالت مربوط به جدول (۲) و  $9$  حالت مربوط به جدول (۳) که جمعاً  $117$  حالت می شود، که باید هر حالت در شرایط یکسان به روش اجزای محدود تحلیل شود. برای این منظور ابتدا مدل مینا انتخاب می شود، سپس قطر فریم و استرینگر به عنوان دو پارامتر ورودی و جرم و ضریب ایمنی به عنوان پارامتر خروجی مطابق شکل (۸) در نظر گرفته می شود. کلیه تحلیل ها در نرم افزار Ansys انجام شده است.

**جدول ۴-** تعیین بازه تغییرات هر پارامتر

پارامتر			مقدار تغییر
$A$	$R$	$D$	
۳۳	۳۳۶۰	۱۴۰۰	حالت مینا
۳۳	۳۳۶۰	۱۶۱۰	$D + 15\%$
۳۳	۳۳۶۰	۱۱۹۰	$D - 15\%$
۳۳	۳۳۶۰	۱۸۲۰	$D + 30\%$
۳۳	۳۳۶۰	۹۸۰	$D - 30\%$
۳۳	۳۸۶۴	۱۴۰۰	$R + 15\%$
۳۳	۲۸۵۶	۱۴۰۰	$R - 15\%$
۳۳	۴۳۶۸	۱۴۰۰	$R + 30\%$
۳۳	۲۳۵۲	۱۴۰۰	$R - 30\%$
۳۷/۹۵	۳۳۶۰	۱۴۰۰	$A + 15\%$
۲۸/۰۵	۳۳۶۰	۱۴۰۰	$A - 15\%$
۴۲/۹	۳۳۶۰	۱۴۰۰	$A + 30\%$
۲۳/۱	۳۳۶۰	۱۴۰۰	$A - 30\%$

**جدول ۵-** تعیین بازه برای قطر فریم و استرینگر

عنوان	مقدار
بازه تغییرات قطر فریم	$D_f = [40,43,46]$
بازه تغییرات قطر استرینگر	$D_s = [30,33,36]$

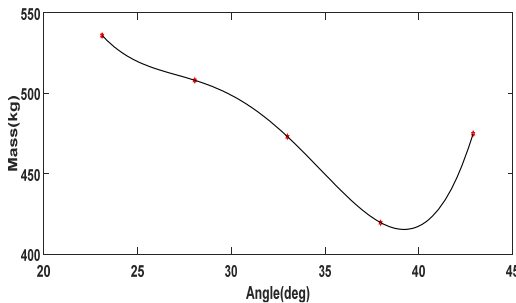
<input checked="" type="checkbox"/> Input Parameters
<input checked="" type="checkbox"/> Geometry (A1)
<input checked="" type="checkbox"/> P1 - DS_Rframe@Sketch2@part1.Part
<input checked="" type="checkbox"/> P2 - DS_Rs@Sketch4@part1.Part
<input checked="" type="checkbox"/> Output Parameters
<input checked="" type="checkbox"/> Static Structural (B1)
<input checked="" type="checkbox"/> P3 - part1 Mass
<input checked="" type="checkbox"/> P4 - Safety Factor Minimum

چند جمله‌ای درجه ۴ را بر روی نقاط در پنج حالت مختلف زاویه نشان می‌دهد. کلیه این روند برای پنج حالت  $R$  و پنج حالت  $D$  انجام نیز می‌شود. شکل (۱۲) نمودار مربوط به برازش چند جمله‌ای درجه ۴ را بر روی نقاط در پنج حالت مختلف  $R$  و شکل (۱۳) مربوط به  $D$  است.

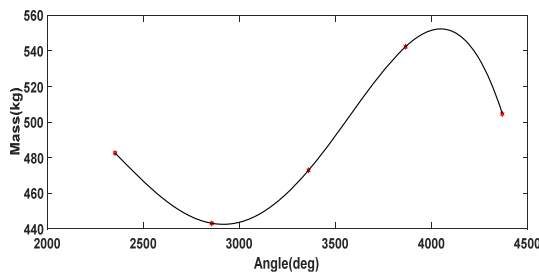
$$\begin{aligned} J_1 &= [M_1, M_2, M_3, M_4, M_5] \\ J_2 &= [23.1, 33, 42.9, 37.95, 28.05] \\ P_t &= \text{polyfit}(J_1, J_2, 4) \\ M_1 &= \text{polyval}(P_t, \text{teta}) \end{aligned} \quad (9)$$



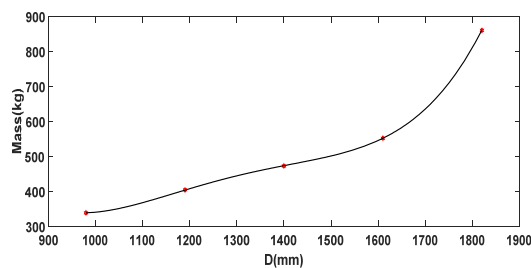
شکل ۱۰ - شکل شماتیک تابع جرم ثانویه مربوط به حالت زاویه



شکل ۱۱ - برازش چند جمله‌ای درجه ۴ را بر روی نقاط در پنج حالت مختلف A



شکل ۱۲ - برازش چند جمله‌ای درجه ۴ را بر روی نقاط در پنج حالت مختلف R



شکل ۱۳ - برازش چند جمله‌ای درجه ۴ را بر روی نقاط در پنج حالت مختلف D

سپس ضرایب  $x^2$ ،  $x$  و ثابت هر معادله مطابق روابط (۵) جدا می‌شود.

$$\begin{aligned} P_{i1} &= [p_{11} \ p_{21} \ p_{31}] \\ P_{i2} &= [p_{12} \ p_{22} \ p_{32}] \\ P_{i3} &= [p_{13} \ p_{23} \ p_{33}] \end{aligned} \quad (5)$$

قطر فریم و ضرایب  $P_{i1}$  تشکیل سه نقطه می‌دهند که یک تابع درجه دو به آن برازش می‌شود تا تابع  $g_1$  حاصل شود. اینکار برای  $P_{i2}$ ،  $P_{i3}$  نیز انجام می‌شود تا به ترتیب دو تابع  $g_2$ ،  $g_3$  بدست آید. منظور از عبارت  $\text{polyfit}$  در رابطه (۶) یک دستور نرم افزار متلب است که یک چند جمله‌ای با درجه مشخص (در اینجا ۲) به نقاط تعیین شده برازش می‌کند.

$$\begin{aligned} \text{frame} &= [40, 43, 46] \\ P_{f1} &= \text{polyfit}(\text{frame}, P_{i1}, 2) \\ g_1 &= c_{11}x^2 + c_{12}x + c_{13} \\ P_{f2} &= \text{polyfit}(\text{frame}, P_{i2}, 2) \\ g_2 &= c_{21}x^2 + c_{22}x + c_{23} \\ P_{f3} &= \text{polyfit}(\text{frame}, P_{i3}, 2) \\ g_3 &= c_{31}x^2 + c_{32}x + c_{33} \end{aligned} \quad (6)$$

حال طبق رابطه (۷) یک تابع درجه دو به نام تابع جرم اولیه تشکیل داده می‌شود که متغیر مستقل آن ضریب ایمنی و متغیر وابسته آن جرم می‌باشد.  $h_i$  هم ضریب متغیرهای مستقل است. روابط (۶) به صورت زیر در تابع جرم اولیه جایگزین می‌گردد.

$$\begin{aligned} M &= h_1 \times s^2 + h_2 \times s + h_3 \\ M &= (\text{polyval}(P_{f1}, x_f)) \times s^2 + \\ &(\text{polyval}(P_{f2}, x_f)) \times s + \text{polyval}(P_{f3}, x_f) \end{aligned} \quad (7)$$

اکنون تابعی وجود دارد که ورودی آن ضخامت فریم و ضریب ایمنی و خروجی آن جرم است. این روند برای پنج حالت زاویه  $(normal, \pm 15, \pm 30)$  انجام می‌شود، تا پنج تابع جرم اولیه حاصل شود:

$$\begin{aligned} M_1 &= a_{30}(s, x_f) \\ M_2 &= eq_{normal}(s, x_f) \\ M_3 &= a_{-30}(s, x_f) \\ M_4 &= a_{15}(s, x_f) \\ M_5 &= a_{-15}(s, x_f) \end{aligned} \quad (8)$$

اکنون پنج تابع جرم اولیه برای پنج حالت زاویه وجود دارد، مطابق رابطه (۹) خروجی پنج تابع جرم یعنی  $M_i$  تشکیل ماتریس  $J_1$  و پنج حالت زاویه تشکیل ماتریس  $J_2$  می‌دهد. هر حالت جرم و زاویه مشخصات یک نقطه است که یک تابع درجه ۴ به این نقاط برازش می‌شود، تا یک تابع به نام تابع جرم ثانویه تشکیل شود، که ورودی‌های آن زاویه (هر عددی بین ۲۳-۴۳)، قطر فریم و ضریب ایمنی و خروجی آن جرم سازه می‌باشد. شکل (۱۰) این تابع را به صورت شماتیک نشان می‌دهد. شکل (۱۱) نمودار مربوط به برازش



مقدار جرم کلی	ورودی تابع جرم کلی	جرم دقیق	زمان حل با روش اجزای محدود	جرم با روش وابستگی تو در تو	زمان حل تقریبی	مقدار خطا
531	$A=30$ $D=1500$ $R=3000$ $DF=40$ $S.F=1.86$	6.94%	120-180 s	494.12	0.2-1 s	
481.44	$A=30$ $D=1300$ $R=3500$ $DF=41$ $S.F=2.01$	6.34%	120-180 s	512	0.2-1 s	
430.15	$A=30$ $D=1200$ $R=3560$ $DF=40$ $S.F=1.74$	6.18%	120-180 s	456.74	0.2-1 s	
465	$A=25$ $D=1210$ $R=2600$ $DF=40$ $S.F=1.48$	3.53%	120-180 s	481.46	0.2-1 s	
699.54	$A=39$ $D=1700$ $R=4000$ $DF=45$ $S.F=2.33$	12.5%	120-180 s	611.78	0.2-1 s	

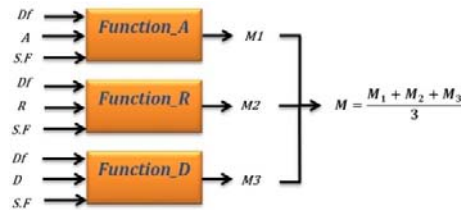
### نتیجه گیری

در این تحقیق روش وابستگی تو در تو برای بررسی میزان تاثیر پارامترهای مختلف بر روند طراحی سازه یک کپسول فضایی تشریح گردید. جهت ارزیابی این با استفاده از روش اجزای محدود سازه مورد نظر، تحت شرایط مرزی خاص و پارامترهای مختلف تحلیل گردیده و نتایج بدست آمده از روش اجزای محدود داده‌های مورد نیاز برای استفاده از روش وابستگی تو در تو را فراهم نمود. با استفاده از این داده‌ها و روش وابستگی تو در تو نهایتاً تابعی استخراج می‌شود که ورودی و خروجی‌های آن متناسب با نظر طراح است. در نهایت الگوریتم معرفی شده برای چند حالت مختلف با روش اجزای محدود مقایسه شده است. بر اساس نتایج استخراج شده دقت مناسب روش وابستگی تو در تو در عین کاهش چشمگیر زمان محاسبه در مقایسه با روش اجزای محدود تأییدکننده کارایی روش پیشنهادی است. این روش به جای استفاده از روش حل عددی مستقیم در فرآیند طراحی‌های پیشرفته مانند طراحی بهینه چندموضوعی (MDO) مورد استفاد قرار می‌گیرد و لذا می‌توان از آن به عنوان مدل جایگزین یا تقریبی (Meta model) (Surrogate Model) استفاده نمود. بر این اساس زمانی که قرار است در طراحی هزاران طرح مورد آزمایش قرار گیرد ارزش الگوریتم بیشتر نمایان می‌شود و چنانچه تنها یک تحلیل مد نظر باشد طبیعی است که استفاده از روش زمانبرتر است.

### مراجع

- [1] Stevens, L., *Design analysis fabrication and testing of a nanosatellite structure*, MSc Thesis, The Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 2002.

وقتی سه تابع جرم ثانویه محاسبه گردید، ورودی این توابع می‌تواند هر مقداری از پارامترهای  $D_f, A, R, D$  در بازه تعیین شده و ضریب ایمنی مطلوب اختیار نماید. اگر فقط تغییر یکی از پارامترها مطلوب باشد، از تابع مربوط به آن پارامتر استفاده می‌گردد. اما اگر همه پارامترها متغیر باشد میانگین خروجی سه تابع محاسبه می‌شود. کلیه روند استفاده از روش وابستگی تو در تو به صورت کد در نرم افزار متلب نوشته شده است که از چندین کد برای حالت‌های مختلف تشکیل شده است. کد اصلی که به صورت شماتیک در شکل (۱۴) نشان داده شده است شامل پنج ورودی و یک خروجی می‌باشد. خروجی کد جرم سازه با استفاده از روش وابستگی تو در تو به ازای ضریب ایمنی مورد انتظار است.



شکل ۱۴- شکل شماتیک دستیابی به تابع جرم کلی

### مقایسه نتایج

پس از محاسبه سه تابع جرم ثانویه مربوط به سه پارامتر  $A, R, D$  میزان کارآمدی روش وابستگی تو در تو در مقایسه با روش اجزای محدود سنجیده می‌شود. برای اینکار ابتدا ابعاد سازه را در بازه مورد نظر تغییر داده و با استفاده از روش اجزای محدود ضریب ایمنی سازه محاسبه می‌شود. سپس با همان ابعاد و ضریب ایمنی بدست آمده از روش اجزای محدود، جرم سازه با استفاده از روش وابستگی تو در تو بدست آورده می‌شود. نهایتاً جرم سازه حاصل از این دو روش و زمان محاسبه این جرم با یکدیگر مقایسه می‌شود. جدول (۷) جرم سازه و زمان حل را به ازای ورودی‌های مختلف برای روش اجزای محدود و روش وابستگی تو در تو مقایسه کرده است. شایان ذکر است که در محاسبه زمان حل، زمان حل‌های عددی اولیه مورد نیاز استقرار الگوریتم در نظر گرفته نشده است.

جدول ۷- مقایسه نتایج روش دقیق و روش وابستگی تو در تو

مقدار جرم کلی	ورودی تابع جرم کلی	جرم دقیق	زمان حل با روش اجزای محدود	جرم با روش وابستگی تو در تو	زمان حل تقریبی	مقدار خطا
503.89	$A=37.95$ $D=1400$ $R=3360$ $DF=43$ $S.F=2.08$	2.5%	120-180 s	516.54	0.2-1 s	
524.29	$A=33$ $D=1400$ $R=3864$ $DF=43$ $S.F=1.57$	5.3%	120-180 s	496	0.2-1 s	

- AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference 12<sup>th</sup>*, 2010.
- [8] Nosratollahi, M., Mortazavi, M., Adami, A. and Hosseini, M., "Multidisciplinary Design Optimization of a Reentry Vehicle Using Genetic Algorithm," *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, Vol. 82, No. 3, 2010, pp. 194-203.
- [9] Mirjalili, S. and Lewis, A., "The Whale Optimization Algorithm," *Advances in Engineering Software*, Vol. 95, 2016, pp. 51-67.
- [10] Mirjalili, S., "Moth-flame optimization algorithm: A novel nature-inspired heuristic paradigm," *Knowledge-based Systems*, Volume 89, 2015, pp. 229-249.
- [11] Advanced Reentry Demonstrator, Accessed on 9 January 2018; Available: [on line], <http://www.nelsonair.com>.
- [12] Atmospheric Reentry Demonstrator, Accessed on 9 January 2018; Available: [on line], [http://www.esa.int/About\\_Us/ESA\\_Publications](http://www.esa.int/About_Us/ESA_Publications).
- [13] Advanced Reentry Demonstrator, Accessed on 9 January, Available: [on line], 2018; [http://space.skyrocket.de/doc\\_sdat/ard.htm](http://space.skyrocket.de/doc_sdat/ard.htm).
- [14] Fujimoto, K. and Fujii, K., "Computational Aerodynamic Analysis of Capsule Configurations Toward the Development of Reusable Rockets," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 43, No. 1, 2018, pp. 77-83.
- [2] Wallin, M., Ivarsson, N. and Tortorellib, D., "Stiffness Optimization of Non-linear Elastic Structures, Computer," *Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 330, 2018, pp. 292-307.
- [3] Degertekin, S.O., Lamberti, L. and Ugur, I.B., "Sizing Layout and Topology Design Optimization of Truss Structures Using The Jaya Algorithm," *Applied Soft Computing*, Vol. 70, 2017, pp. 903-928.
- [4] Yixian, D., Hanzhao, L., Zhen, L. and Qihua, T. "Topological Design Optimization of Lattice Structures to Maximize Shear Stiffness," *Advances in Engineering Software*, Vol. 112, 2017, pp. 211-221.
- [5] Assimi, H., Jamali, A. and Narimanzadeh, N., "Sizing and Topology Optimization of Truss Structures Using Genetic Programming," *Swarm and Evolutionary Computation*, Vol. 37, 2017, pp. 90-103.
- [6] Khatibinia, M. and Yazdani, H., "Accelerated Multi-Gravitational Search Algorithm for Size Optimization of Truss Structures," *Swarm and Evolutionary Computation*, Vol. 38, 2018, pp. 109-119.
- [7] Nosratollahi, M., Hoseini, M. and Adami, A., "Multidisciplinary Design Optimization of a Controllable Reentry Capsule for minimum Landing Velocity," *51<sup>st</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference 18<sup>th</sup>*