

**Research Paper**

# Numerical Modeling of Plasma Flow in an Electrohydrodynamic Thruster with Two-cathode Electrode Arrangement

A. Fathi<sup>1</sup> and M. Ahangar<sup>2\*</sup>

1, 2. Department of New Technologies Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, IRAN

\* [m\\_ahangar@sbu.ac.ir](mailto:m_ahangar@sbu.ac.ir)

*corona discharge was recognized to be undesirable earlier, however, it became popular for different uses including space thrusters in the past decades. The basic corona discharge has a simple setup including two electrodes with unequal cross-sections; one connected to a high voltage and the other connected to ground or opposite voltage. By changing the number of electrodes, the efficiency of corona discharge can be enhanced. In this paper, the number of electrodes has changed from 2 to 3 in order to study an electrohydrodynamic thruster. Also, flow characteristics are studied by solving the electrostatics and Navier-Stokes equations by using finite element method (FEM). The results show that by increasing the number of cathodes, the thrust, electric current, and thrust efficiency will also increase. In similar condition and geometry, maximum produced velocity resulted by applying any electric potential to anode, increases by about 30% in comparison with one-cathode setup.*

**Keyword:** Thruster, Corona discharge, Electrohydrodynamic, Numerical modeling, Cold plasma

---

1. Student M. Sc.

2. Assistant Professor (Corresponding Author)

مقاله علمی - پژوهشی

# مدل سازی جریان پلاسما در یک رانشگر الکترو هیدرودینامیک دو کاتده

علی فتحی<sup>۱</sup> و مهدی آهانگر<sup>۲\*</sup>

۱ و ۲ - دانشکده مهندسی فناوری های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

\* m\_ahangar@sbu.ac.ir

پدیده تخلیه کرونا که در گذشته پدیده‌ای نامطلوب تلقی می‌گردید، طی یک دهه گذشته برای استفاده در مقاصد مختلف از جمله رانشگرهای فضایی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. یک پیکربندی ساده شامل دو الکتروود با سطح مقطع نابرابر، که یکی از آنها به منبع تغذیه ولتاژ بالا و دیگری به زمین یا ولتاژ مخالف متصل می‌باشد، اساس تمامی کاربردهای این پدیده است که با تغییر تعداد الکتروودها و فاصله بین آنها می‌توان راندمان تخلیه کرونا را بهبود بخشید. در پژوهش حاضر با افزایش تعداد الکتروودها با هدف مطالعه یک رانشگر الکترو هیدرودینامیک، مشخصات جریان به صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفته است. معادلات الکترواستاتیکی و معادلات نویر استوکس به صورت کوپل و با استفاده از روش المان محدود حل شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش تعداد کاتده، نیروی پیشران، جریان الکتریکی و راندمان نیروی پیشران افزایش می‌یابند. در هندسه و شرایط آزمایشگاهی یکسان، بیشینه سرعت بدست آمده در هر ولتاژ اعمالی در حالت دو کاتده نسبت به حالت تک کاتده حدوداً ۳۰٪ افزایش دارد.

واژه‌های کلیدی: رانشگر، تخلیه کرونا، الکترو هیدرودینامیک، مدل سازی عددی، پلاسما سرد

## علائم و اختصارات

$\mu$	لزجت دینامیکی ( $\text{Nsm}^{-2}$ )	$C_p$	ظرفیت گرمایی مخصوص ( $\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ )
$\rho$	چگالی ( $\text{kgm}^{-3}$ )	$D$	ضریب نفوذ یون‌ها ( $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ )
$\varepsilon_0$	ثابت گذردهی هوا ( $\text{C V}^{-1}\text{m}^{-1}$ )	$E$	میدان الکتریکی ( $\text{Vm}^{-1}$ )
$\mu_p$	تحرک پذیری یون‌های هوا ( $\text{m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$ )	$K$	ضریب انتقال حرارت ( $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ )
$\theta$	راندمان نیروی پیشران ( $\text{mNW}^{-1}$ )	$n_i$	چگالی تعداد ذرات یون‌ها و اتم‌های خنثی ( $\text{m}^{-3}$ )
		$n_e$	چگالی تعداد ذرات الکترون ( $\text{m}^{-3}$ )
		$p$	فشار (Pa)
		$q$	چگالی بار الکتریکی ( $\text{Cm}^{-3}$ )
		$qE$	نیروی کولمب ( $\text{Nm}^{-3}$ )
		$R_e$	شعاع آند (m)
		$T$	دما (K)
		$U$	سرعت ( $\text{ms}^{-1}$ )
		$V$	پتانسیل الکتریکی (kV)

## مقدمه

در یک دهه اخیر جریان الکترو هیدرودینامیک (EHD) ناشی از پدیده تخلیه کرونا مورد توجه قرار گرفته و به دلایلی همچون سادگی ساخت، عدم استفاده از قطعات متحرک و در نتیجه کاهش احتمال خرابی و همچنین عدم نیاز به ذخیره سازی پیشرانه که باعث کاهش وزن کلی نیز می‌شود، محرک‌های الکترو هیدرودینامیکی برای مقاصد مختلف از جمله تصفیه جریان هوا [۱]، بهبود عملکرد انتقال حرارت [۲]، ته نشینی الکترواستاتیکی [۳]، پوشش‌های پودری [۴]، بلندگوهای یونی [۵] و رانشگرهای فضایی [۶] مورد مطالعه قرار

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد  
۲. استادیار (نویسنده مخاطب)

مکانیکی در شرایط مورد بررسی کمتر از ۱٪ می‌باشد. پس از آن در مقالات تجربی مختلفی سعی شد تا مقدار سرعت و راندمان افزایش داده شود که این مقادیر به ترتیب از ۱۰ m/s [۹] و ۱۷٪ [۱۰] تجاوز نکردند. سرانجام این نتیجه حاصل شد که با افزایش تعداد الکترودها می‌توان سرعت و در نتیجه نیروی پیشران تولیدشده را افزایش داد [۱۱].

پس از ظهور روش‌های عددی در سال‌های پایانی قرن بیستم و ابتدای قرن بیست و یکم، مطالعات تخلیه کرونا و جریان EHD جنبه پیشرفته‌تری یافت و بحث استفاده از آن در کاربردهای اشاره‌شده مطرح شد. در زمینه هوافضا نیز تاکنون برای جریان الکتروهایدرودینامیک دو زمینه مطالعاتی تعریف شده که یکی کنترل جریان در اطراف ایرفویل‌ها و به تأخیر انداختن جدایش جریان [۱۲] و دیگری استفاده از نیروی پیشران تولیدشده توسط تخلیه کرونا برای توسعه سامانه‌های پیشرانشی کوچک [۱۳] می‌باشد. در پژوهش حاضر نیز زمینه دوم یعنی تولید نیروی پیشران مد نظر است و با توجه به این که در پژوهش‌های قبلی نویسندگان مقاله حاضر [۱۴] و [۱۵] به مطالعه پیکربندی شامل یک سیم و یک سیلندر به‌عنوان آند و کاتد پرداخته شد، در این تحقیق پیکربندی شامل بیش از دو الکتروده مورد مطالعه قرار گرفته است.

در سال ۲۰۱۰ کولاس و همکاران تخلیه کرونا را در یک پیکربندی شامل یک آند متصل به ولتاژ مثبت، دو کاتد سیلندری متصل به زمین و دو کاتد صفحه‌ای متصل به ولتاژ منفی به صورت تجربی مطالعه کردند [۹]. در این آزمایش سرعت جریان تا ۱۰ m/s، نرخ جریان بر واحد طول الکتروده تا ۰/۰۴۱ m<sup>2</sup>/s و نیروی پیشران بر واحد طول الکتروده تا ۰/۰۳۵ N/m اندازه‌گیری شدند. در مقایسه با پیکربندی دو الکتروده، در این پیکربندی سرعت تقریباً ۲۰۰٪ و نیروی پیشران حدوداً ۱۰۰٪ افزایش داشت. همچنین استفاده از محرک EHD برای کنترل جدایش جریان در کمپرسور یک توربوماشین به‌عنوان کاربردی جدید معرفی شد.

گیلمور و برت نیز در یک پژوهش تجربی، همچون پژوهش کولاس و همکاران [۹] از دو کاتد متصل به زمین و دو کاتد متصل به ولتاژ منفی استفاده کردند؛ با این تفاوت که تعداد آنها به دو الکتروده افزایش یافت و تمامی کاتدها هندسه سیلندری داشتند [۱۶]. در این پژوهش بیشترین میزان نیروی پیشران بر واحد سطح، ۳/۳ N/m<sup>2</sup> و بیشترین مقدار نیروی پیشران بر واحد حجم ۱۵ N/m<sup>3</sup> تخمین زده شد. همچنین پس از مقایسه این مقادیر با مقادیر نیروی پیشران بر واحد حجم و سطح چند پهپاد، رانشگرهای EHD برای استفاده به‌عنوان سامانه پیشرانشی پهپادهای کوچک مناسب تشخیص داده شدند.

گرفته‌اند. پایه و اساس تمامی این کاربردها، یک پیکربندی شامل دو الکتروده با سطح مقطع نابرابر می‌باشد که یکی از آنها با نام آند یا الکتروده ساطع‌کننده به منبع تغذیه ولتاژ بالا و دیگری با نام کاتد یا الکتروده جمع‌کننده به زمین یا ولتاژ مخالف متصل می‌باشد. شایان ذکر است که اختلاف پتانسیل ایجادشده بین دو الکتروده، با توجه به هندسه و فاصله قرارگیری آن‌ها از یکدیگر، باید در محدوده معینی قرار داشته باشد. اعمال ولتاژ بیش‌تر از این محدوده موجب ایجاد قوس الکتریکی و ورود به رژیم تخلیه قوسی<sup>۳</sup> شده و اعمال ولتاژ کمتر از این محدوده، جریان پلاسما را وارد رژیم تخلیه تاریک<sup>۴</sup> خواهد کرد.

یک پیکربندی متداول که به علت سادگی معمولاً برای حصول درک بهتر از پدیده تخلیه کرونا و بهینه‌سازی عملکرد آن مورد استفاده قرار می‌گیرد، پیکربندی سیم-سیلندر می‌باشد. در این پیکربندی دو الکتروده با سطح مقطع دایروی که اختلاف قابل توجهی از لحاظ ابعاد سطح مقطع دارند، در فاصله‌ای معین از یکدیگر قرار می‌گیرند. در سطح الکتروده کوچک‌تر که به ولتاژ بالا متصل شده است، شدت میدان الکتریکی از شدت الکتریکی شکست هوا<sup>۵</sup> بیشتر است. بدین ترتیب در نزدیکی الکتروده آند، الکترون‌ها انرژی لازم را برای یونیزه کردن مولکول‌های هوا کسب می‌کنند. این فرایند شکست تاونسند<sup>۶</sup> نام دارد [۷].

به‌طور کلی، پدیده تخلیه کرونا به شکست الکتریکی هوا در اطراف یک الکتروده کوچک با سطح مقطع تیز اشاره دارد. اگر ولتاژ اعمالی به این الکتروده مثبت باشد تخلیه کرونا<sup>۷</sup> مثبت، و اگر منفی باشد تخلیه کرونا<sup>۸</sup> منفی رخ خواهد داد. هرچند فارغ از قطبیت کرونا، یون‌های تولیدشده در اطراف الکتروده ساطع‌کننده به سمت الکتروده جمع‌کننده شتاب می‌گیرند و در مسیر خود با مولکول‌های خنثی هوا برخورد می‌کنند. به واسطه انتقال مومنتوم از یون‌ها، این مولکول‌ها شتاب می‌گیرند و در مجموع یک ناحیه برانگیخته در حال حرکت را بین دو الکتروده به وجود می‌آورند که در مراجع مختلف از آن با عناوین «باد الکتریکی<sup>۹</sup>»، «باد یونی<sup>۸</sup>» و «جریان الکتروهایدرودینامیک<sup>۹</sup>» یاد شده است.

کشف پدیده تخلیه کرونا در قرن هجدهم صورت گرفت؛ البته اطلاعات چندانی از فیزیک و مکانیزم آن در دست نبود تا این که رابینسون [۸] در سال ۱۹۶۱ اولین نتایج تحلیل تجربی این پدیده را منتشر کرد. وی سرعت جریان تولیدشده را تا ۴ m/s اندازه‌گیری کرد و متوجه شد که بازده تبدیل انرژی الکتریکی به

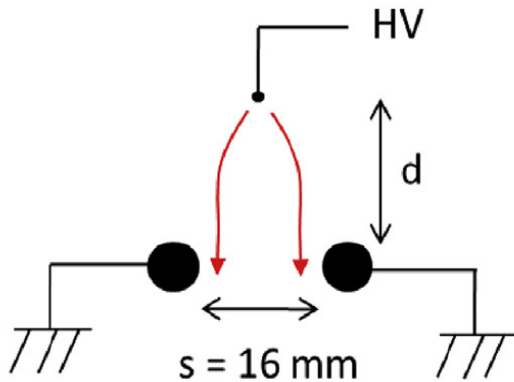
3. Arc discharge  
4. Dark discharge  
5. Breakdown Electric Strength  
6. Townsend breakdown mechanism  
7. Electronic Wind  
8. Ionic Wind  
9. Electrohydrodynamic Flow

## مشخصات مسئله

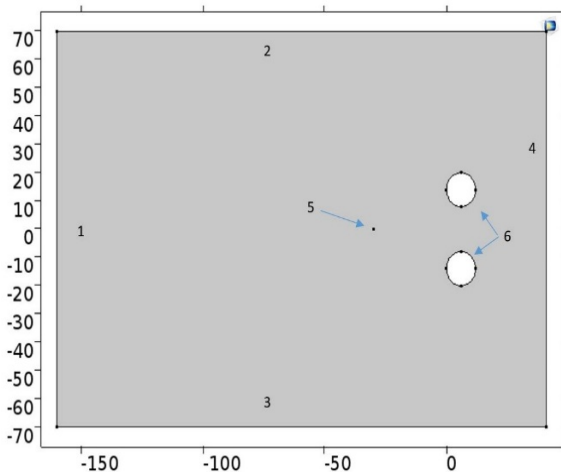
مشخصات مسئله شامل هندسه مسئله و شبکه محاسباتی، معادلات حاکم، شرایط مرزی و اولیه و روش حل عددی است که در ادامه هریک شرح داده می‌شود.

### هندسه مسئله و شبکه محاسباتی

شماتیک هندسه به کار گرفته شده در پژوهش موریائو [۱۷] در قسمت پیکربندی سه الکترودی، و مدل دو بعدی توسعه داده شده برای شبیه سازی آن به ترتیب در شکل (۱) و شکل (۲) به نمایش گذاشته شده‌اند. در این پیکربندی شعاع آند  $12/5 \mu\text{m}$  و شعاع کاتدها  $6 \text{ mm}$  می‌باشد، فاصله آند از کاتدها  $30 \text{ mm}$  و فاصله دو کاتد از یکدیگر  $16 \text{ mm}$  در نظر گرفته شده است. همچنین آند به منبع تغذیه با ولتاژ بالا و کاتدها به زمین متصل می‌باشند.



شکل ۱- شماتیک هندسه مسئله [۱۷]



شکل ۲- مدل دوبعدی مسئله در نرم افزار کامسول

به دلیل گرادیان‌های شدید در اطراف الکترودها خصوصاً ناحیه بین دو کاتد، تولید شبکه با چالش‌هایی همراه بود و شبکه‌هایی با

موریائو و همکاران با هدف فهم بهتر رانشگرهای الکتريکی قابل استفاده در سامانه‌های پیش‌رانشی کم‌سرعت و با طول عمر بالا در مأموریت‌های لبه فضا، سه پیکربندی مختلف را به صورت تجربی مورد مطالعه قرار دادند [۱۷]. در این پیکربندی‌ها که شامل هندسه‌های دو، سه و پنج الکترودی بودند، میزان نیروی پیش‌ران تا  $120 \text{ mN/m}$  اندازه‌گیری شد و این نتیجه حاصل شد که فارغ از تغییر فاصله بین آند و کاتدها، نسبت نیروی پیش‌ران تولید شده به جریان الکتريکی در حالت سه الکترودی بیشتر است چرا که نیروی پسا در این حالت کاهش می‌یابد. آن‌ها همچنین متوجه شدند که استفاده از یک پیکربندی پنج الکترودی شامل دو کاتد با ولتاژ منفی، راندمان نیروی پیش‌ران را کاهش می‌دهد چرا که در این حالت توان مصرفی به میزان چشمگیری افزایش می‌یابد.

رمضان و همکاران در سال ۲۰۱۸ پژوهشی عددی را به منظور بهینه‌سازی یک دمنده الکتروهیدرودینامیک برای مدیریت حرارتی و جایگزینی فن‌های مکانیکی متداول انجام دادند [۱۸]. در این پژوهش از یک آند سوزنی و دو کاتد صفحه‌ای استفاده شد و با اعمال ولتاژهایی کمتر از  $10 \text{ kV}$  سرعت در خروجی تا حدود  $3/5 \text{ m/s}$  افزایش داده شد. همچنین با مقایسه چندین دمنده چرخشی و الکتروهیدرودینامیک مشخص شد که به طور کلی دمنده‌های EHD نسبت به دمنده‌های چرخشی نرخ جریان بالاتری را از خود عبور می‌دهند و راندمان انتقال حرارت بیشتری دارند. اگرچه پیش از آن که بتوان آن‌ها را در مقیاس تجاری به عنوان ابزارهای مدیریت حرارتی استفاده کرد، باید مطالعات بیشتری انجام گیرد.

پس از بررسی مراجع ذکر شده، پژوهش موریائو [۱۷] برای شبیه‌سازی در این پژوهش انتخاب شد. این انتخاب به این دلیل صورت گرفت که پایه و اساس آزمایش صورت گرفته در پژوهش موریائو [۱۷] پژوهش قبلی وی [۱۹] است که در مقالات قبلی نویسندگان پژوهش حاضر به صورت عددی شبیه‌سازی شد [۱۴] و [۱۵]. بنابراین اولاً پارامترهای فیزیکی مورد نیاز برای شبیه‌سازی عددی این پژوهش در دسترس می‌باشند، و ثانياً امکان مقایسه نتایج عددی حالات دو الکترودی و سه الکترودی در این صورت فراهم می‌آید. علاوه بر این، پارامترهای عملکردی بررسی شده در این پژوهش، مواردی هستند که برای توسعه یک رانشگر الکتروهیدرودینامیکی اهمیت بالایی دارند. شایان ذکر است که در پژوهش موریائو رفتار مشخصه‌ها و الگوی جریان الکتروهیدرودینامیک مورد بررسی قرار نگرفته است. به همین دلیل در پژوهش حاضر، برای نخستین بار آزمایش سه الکترودی به کار گرفته شده در پژوهش تجربی مذکور، به صورت عددی شبیه‌سازی شده است و تلاش شده تا علاوه بر مطالعه پارامترهای عملکردی جریان الکتروهیدرودینامیک، الگو و رفتار جریان سیال مورد مطالعه قرار گیرد و همچنین با پیکربندی دو الکترودی مقایسه شود.

در این معادله،  $\mu_p$  ضریب تحرک پذیری<sup>۱۰</sup> یون های هوا،  $U$  سرعت جریان و  $D$  ضریب نفوذ پذیری یون ها می باشد. سه عبارت سمت راست این رابطه به ترتیب نشانگر سهم حرکت یون ها بر اثر میدان الکتریکی، حرکت بار الکتریکی ناشی از جریان سیال، و نفوذ بارهای الکتریکی می باشند. با فرض پیوستگی چگالی بار الکتریکی و از ترکیب معادلات (۲) و (۴)، رابطه (۵) بدست می آید:

$$\nabla \cdot (\mu_p E q - D \nabla q) + U \cdot \nabla q = 0 \quad (5)$$

با حل همزمان معادلات فوق و اعمال شرایط مرزی و اولیه مناسب می توان رژیم تخلیه کرونی تعادلی را مدلسازی نمود.

### شرایط مرزی و اولیه

همانطور که گفته شد در شبیه سازی حاضر از معادلات تعادلی در شرایط اتمسفریک با حضور هوا به عنوان سیال عامل استفاده شده است. شرط  $p = 1 \text{ atm}$  در مرزها به عنوان شرط مرزی و در دامنه به عنوان شرط اولیه در نظر گرفته شده و با توجه به تاثیر نپذیرفتن مرزهای خارجی از میدان الکتریکی، چگالی بار الکتریکی بر روی این مرزها برابر صفر فرض شده است.

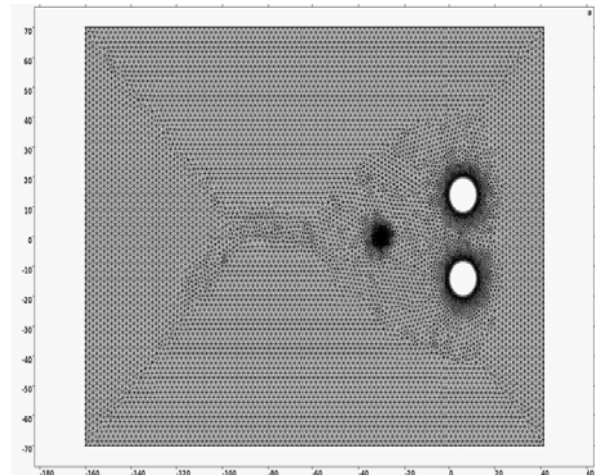
بر روی سطح کاتدها نیز به دلیل وجود تعداد تقریباً برابری از الکترون ها و یون های مثبت، می توان از چگالی بار الکتریکی صرف نظر کرد، اما در اطراف آند مقادیر چگالی یون های هم نام و اتم های خنثی هوا غالب می باشند. بنابراین مقدار چگالی بار در این ناحیه قابل چشم پوشی نیست و از فرض کاپتسوف<sup>۱۱</sup> [۲۰] برای تعیین چگالی بار سطح آند استفاده شد. طبق این فرض قبل از شروع رژیم کرونا، میدان الکتریکی متناسب با اختلاف پتانسیل اعمالی افزایش می یابد، اما پس از شروع کرونا مقدار آن ثابت می ماند.

در این پژوهش فرض می شود که ناحیه ی یونیزاسیون در اطراف آند کوچک است و می توان از آن صرف نظر کرد. تحت این شرایط، شدت میدان الکتریکی ثابت در سطح آند را می توان با استفاده از معادله پیک<sup>۱۲</sup> تخمین زد:

$$E_e = E_0 (1 + (0.0262 / \sqrt{R_e})) \quad (6)$$

در این رابطه  $R_e$  شعاع آند و  $E_0 = 3.31 \times 10^6 \text{ V/m}$  شدت الکتریکی شکست<sup>۱۳</sup> هوا می باشد. لازم به ذکر است که با توجه به اینکه معادله ی صریحی برای تعیین مقدار چگالی بار الکتریکی بر روی سطح آند در دسترس نمی باشد، از یک روش تکراری برای مشخص کردن مقدار این متغیر استفاده شده است. در این روش ابتدا مقدار چگالی بار الکتریکی حدس زده می شود و سپس به ازای این مقدار،

تعداد سلول نزدیک به شبکه لازم برای حالت تک کاتده [۱۴] یا کمی بیشتر از آن منجر به واگرایی حل می شدند. در نهایت شبکه ای با ۲۲۷۹۸ سلول محاسباتی و اعمال شرط افزایش تعداد سلول ها در نزدیکی سطح الکترودها تولید شد که در شکل (۳) مشاهده می شود. این شبکه با استفاده از نرم افزار کامسول و مخصوص مطالعه جریان پلازما تولید شده است.



شکل ۳- شبکه بندی مسئله

### معادلات حاکم

برای شبیه سازی عددی تخلیه کرونا به صورت تعادلی، باید معادلات الکترواستاتیک و معادلات نویر-استوکس به صورت کوپل حل شوند. با فرض این که جریان آرام است و هنوز رژیم تخلیه کرونا تشکیل نشده، معادله مومنوم به صورت زیر نوشته می شود.

$$\rho U \cdot \nabla U = -\nabla p + \mu \nabla^2 U + F \quad (1)$$

که  $\rho$  چگالی هوا،  $p$  فشار هوا و  $\mu$  لزجت دینامیک هوا می باشند. در این رابطه  $F$  نیرو است که در صورت کوپل شدن جریان آرام با جریان الکتروهدرودینامیک، مقدار آن برابر با  $qE$  می باشد.  $q$  معرف چگالی بار الکتریکی و  $E$  نشان دهنده میدان الکتریکی است. همچنین با فرض جریان آرام و تراکم ناپذیر، معادله پیوستگی جریان به شکل رابطه (۲) می باشد:

$$\nabla \cdot U = 0 \quad (2)$$

میدان الکتریکی و چگالی بار الکتریکی از طریق رابطه پواسون (۳) به یکدیگر مرتبط می شوند.

$$\nabla \cdot E = -\nabla^2 V = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (3)$$

در این رابطه  $\epsilon_0$  ثابت گذردهی هوا می باشد. علاوه بر این، چگالی جریان الکتریکی از رابطه (۴) قابل محاسبه است.

$$J = \mu_p E q + U q - D \nabla q \quad (4)$$

10. Mobility Coefficient

11. Kaptsov Assumption

12. Peek Formula

13. Breakdown Electric Strength

### روش حل عددی

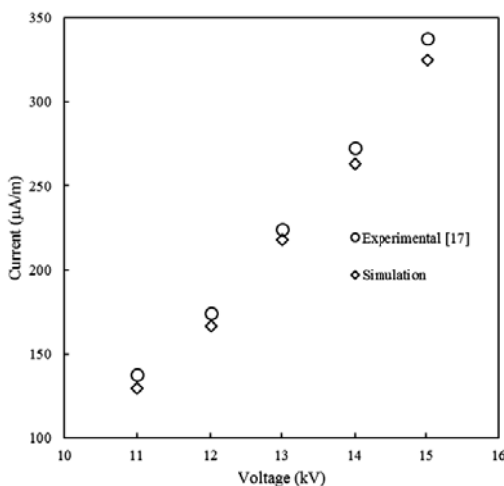
حل معادلات حاکم بر مسئله و اعمال شرایط مرزی و اولیه به وسیله نرم افزار کامسول<sup>۱۴</sup> صورت گرفته است. این نرم افزار مسائل را به روش المان محدود حل می کند. برای کوپل کردن معادلات، از حلگر مستقیم<sup>۱۵</sup> پارديسو<sup>۱۶</sup> استفاده شده است [۲۱]. علاوه بر این برای دستیابی به حل پایای معادلات ذکر شده گزینه «شدیداً غیرخطی»<sup>۱۷</sup> در تنظیمات حلگر مذکور فعال شد. همچنین در قسمت تنظیمات معادله غیرخطی، از تolerانس نسبی ۰/۰۱ استفاده شده است.

### نتایج

هدف پژوهش حاضر مدلسازی عددی پژوهش موریانو و تکمیل اطلاعات بدست آمده از شرایط و هندسه آن می باشد. بدین ترتیب برای اطمینان حاصل کردن از انطباق مدل عددی توسعه داده شده با مدل تجربی استفاده شده در پژوهش موریانو، ابتدا با مقایسه نتایج عددی و تجربی، اعتبارسنجی صورت گرفته و در ادامه نتایج مربوط به رفتار مشخصه های الکتروهیدرودینامیکی و الگوی جریان سیال مورد بحث قرار می گیرد.

### اعتبارسنجی مدل عددی

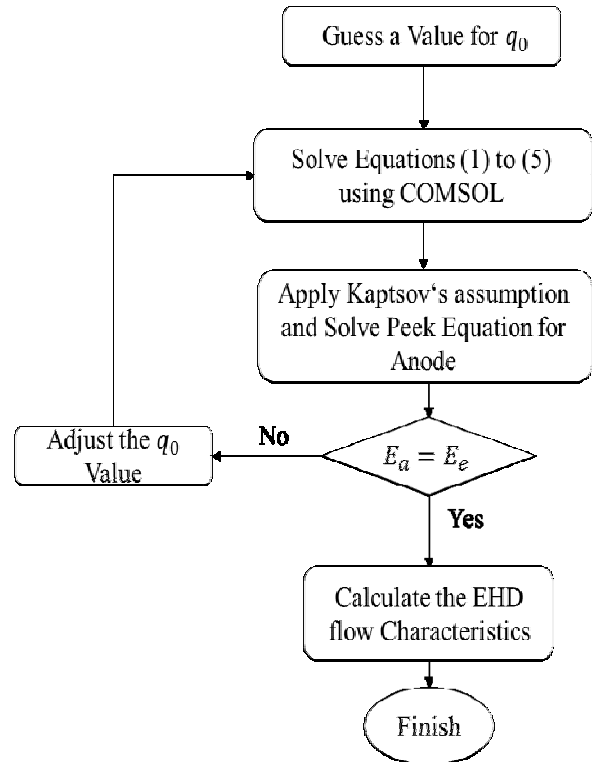
برای اطمینان از صحت مدل عددی توسعه داده شده، در این قسمت دو پارامتر عملکردی نیروی پیشران و جریان الکتریکی با نتایج تجربی اندازه گیری شده در پژوهش موریانو مقایسه شده اند و بیشینه خطای مربوط به هر نمودار محاسبه شده است. بدین ترتیب در شکل (۵) نمودار تغییرات جریان الکتریکی بر حسب مقادیر ولتاژ اعمالی به آند قابل مشاهده است:



شکل ۵- نمودار جریان الکتریکی بر حسب ولتاژ در پیکربندی دوکاتده

14 COMSOL Multiphysics  
15. Direct Solver  
16. PARDISO  
17. Highly Non-linear

معادلات تا رسیدن به حالت پایا حل می شوند. در صورتی که مقدار متوسط میدان الکتریکی محاسباتی بر روی آند با مقدار بدست آمده از فرمول پیک برابر باشد، حل پایان می پذیرد؛ در غیر این صورت حدس اولیه تصحیح شده و الگوریتم ذکر شده مجدداً تکرار خواهد شد. فلوجارت روش مذکور، در شکل (۴) نشان داده شده است.



شکل ۴- فلوجارت اعمال فرض کاپتسوف بر روی آند

مطابق پژوهش موریانو [۱۷]، شرط اتصال به زمین نیز بر روی کاتد اعمال شده و پتانسیل آن برابر صفر می باشد. لازم به ذکر است که دمای آزمایش نیز ۲۹۳/۱۵ درجه ی کلون و چگالی هوا برابر ۱/۳ کیلوگرم بر متر مکعب در نظر گرفته شده اند. در جدول (۱) شرایط برای مرزهای مورد استفاده در نرم افزار نشان داده شده اند.

جدول ۱- شرایط مرزی

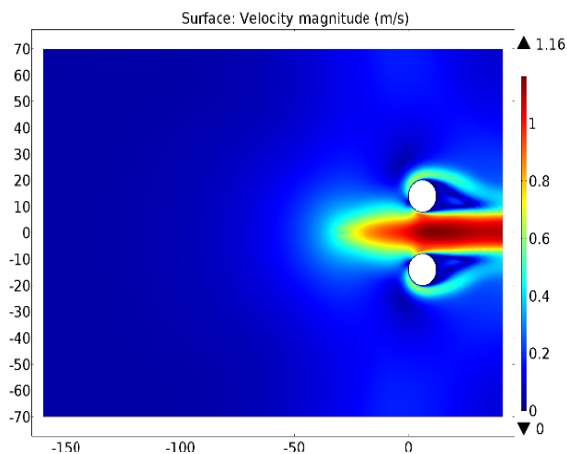
مرز	الکترواستاتیک	انتقال بار	دینامیک سیال
۱	$n \cdot D = 0$	$q = 0$	ورودی، جریان عمودی
۲ و ۳	$n \cdot D = 0$	$q = 0$	مرز آزاد
۴	$n \cdot D = 0$	$q = 0$	خروجی $p = 1 \text{ atm}$
۵	$U = \text{Const}$	$q_0 = \text{Const}$	عدم لغزش
۶	$U = 0$	$q = 0$	عدم لغزش

یکسان در پیکربندی تک کاتده، حدودا  $0.97 \text{ m/s}$  اندازه گیری شده بود [۱۴]. در نتیجه اضافه کردن یک کاتد منجر به  $0.2 \text{ m/s}$  افزایش سرعت در شرایط یکسان شده است.

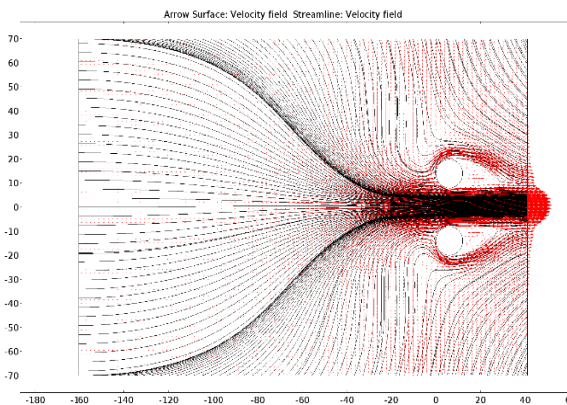
همچنین خطوط جریان و بردارهای سرعت در شکل (۸) نشان داده شده اند.

در شکل (۸) مشاهده می شود که در ناحیه بین دو کاتد سرعت به مقدار بیشینه می رسد، اندازه بردارهای سرعت بزرگتر شده و تراکم خطوط جریان بیشتر می گردد. همچنین ناحیه قیفمانندی که در پشت آند به وجود آمده است، به علت ایجاد مکش توسط ناحیه کرونا می باشد. لازم به ذکر است که به دلیل تراکم ناپذیر بودن جریان و استفاده از مدل جریان آرام، گردابه های پشت کاتدها مشخص نشده اند؛ البته با توجه به پایین بودن عدد رینولدز جریان، این گردابه ها تاثیر چندانی ندارند و فرض جریان آرام و تراکم ناپذیر فرض درستی می باشد.

علاوه بر این در شکل (۹) کانتور چگالی بار الکتریکی در شرایط پایا در ولتاژ  $12 \text{ kV}$  قابل مشاهده است.

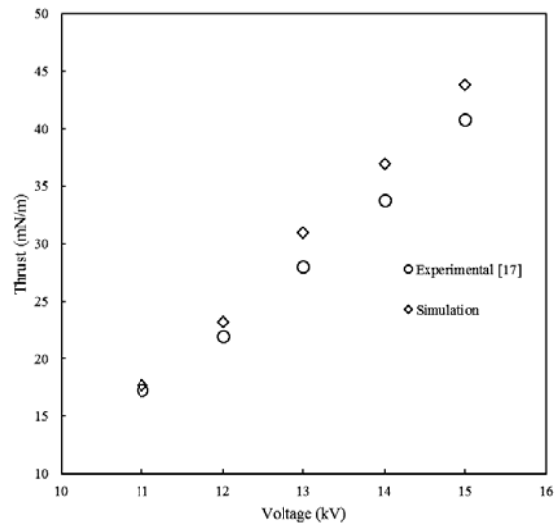


شکل ۷- کانتور سرعت در ولتاژ  $12 \text{ kV}$



شکل ۸- خطوط جریان در ولتاژ  $12 \text{ kV}$

همان طور که مشاهده می شود با افزایش ولتاژ اعمالی، جریان الکتریکی افزایش می یابد که این موضوع در پژوهش تک کاتده نیز نمایش داده شده بود [۱۴]. بیشینه مقدار خطا به میزان  $6\%$  در ولتاژ  $11 \text{ kV}$  رخ می دهد. همچنین نمودار نیروی پیشران بر حسب ولتاژ در شکل (۶) نشان داده شده است. مطابق توضیحات بیان شده در پژوهش تک کاتده [۱۴]، با افزایش ولتاژ اعمالی، نیروی پیشران تولید شده نیز افزایش می یابد. بیشترین میزان خطای بین نتایج تجربی و مقادیر عددی در نمودار نیروی پیشران بر حسب ولتاژ اعمالی،  $10.45\%$  می باشد که در ولتاژ  $13 \text{ kV}$  مشاهده می شود.



شکل ۶- نمودار نیروی پیشران بر حسب ولتاژ در پیکربندی دو کاتده

در مجموع با توجه به درصد خطای نسبتا پایین بین نتایج عددی و مقادیر تجربی و تطابق قابل قبول در دو نمودار فوق و رعایت فرض کاپتسوف در توسعه مدل عددی، صحت و اعتبار مدل توسعه داده شده تایید می شود.

## بررسی رفتار و الگوی جریان

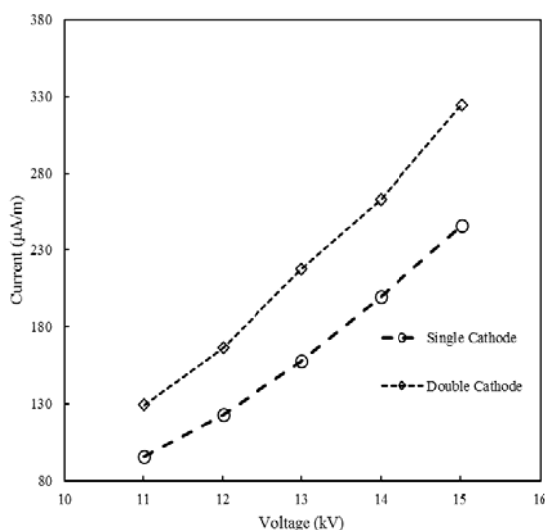
توزیع سرعت جریان در حالت پایا، در ولتاژ اعمالی  $12 \text{ kV}$  در شکل (۷) به نمایش گذاشته شده است.

همان طور که در شکل (۷) مشاهده می شود، سرعت جریان از ورودی تا نزدیکی آند به صفر میل می کند. سپس در فضای بین آند و کاتدها بر اثر نیروی کولمب جریان شروع به شتاب گیری کرده و سرعت آن کمی پس از عبور از بین دو کاتد به بیشترین مقدار خود یعنی  $1.16 \text{ m/s}$  می رسد. همچنین دو جت با سرعت کمتر در خارج از ناحیه بین دو کاتد تشکیل می شوند که در ادامه به جریان اصلی ملحق می گردند. شایان ذکر است که بیشینه سرعت بدست آمده ناشی از اعمال این ولتاژ با هندسه و شرایط آزمایشگاهی

علاوه بر این در این نمودار، بیشینه سرعت جریان در دو حالت تک کاتده و دو کاتده با هم مقایسه شده‌اند که روند افزایشی فاصله بین دو خط در نمودار، بیانگر این نکته است که هرچه ولتاژ اعمالی بالاتر رود، استفاده از دو کاتد به جای یک کاتد برای توسعه رانشگر الکتروهیدرودینامیکی اهمیت بیشتری می‌یابد.

### بررسی اثر افزایش تعداد الکتروود بر جریان الکتریکی

مقادیر جریان الکتریکی به ازای چند ولتاژ اعمالی، برای دو حالت تخلیه کرونای تک کاتده و دو کاتده در شکل (۱۱) رسم شده‌اند.

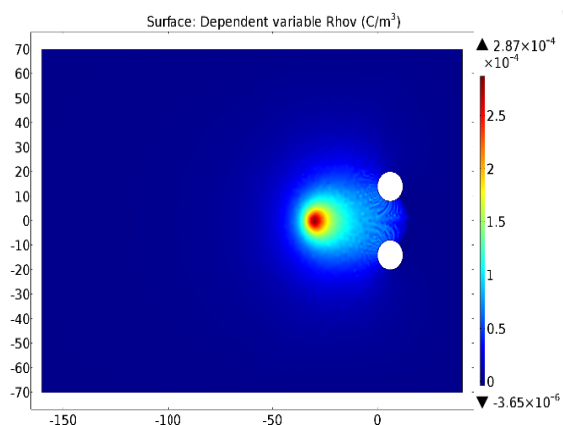


شکل ۱۱- مقایسه نمودار جریان-ولتاژ برای دو پیکربندی

همانطور که مشاهده می‌شود، جریان الکتریکی تخلیه کرونا در حالت دو کاتده بیشتر از حالت تک کاتده می‌باشد؛ چرا که مساحت سطحی که یون‌ها را به خود جذب می‌کند افزایش پیدا کرده است. افزایش مساحت این سطح منجر به افزایش ابعاد ناحیه یونیزاسیون می‌شود، بدین معنی که تعداد ذرات باردار بیشتری در ناحیه بین آند و کاتدها حرکت می‌کنند و در نتیجه مقدار جریان الکتریکی تخلیه کرونا افزایش پیدا می‌کند. بدین ترتیب برای دستیابی به یک مقدار جریان معین، با استفاده از دو کاتد می‌توان ولتاژ کمتری را نسبت به حالت تک کاتده اعمال کرد. لازم به ذکر است که در نمودار فوق، میزان افزایش جریان الکتریکی پیکربندی دو کاتده نسبت به پیکربندی تک کاتده در هر ولتاژ، بین ۳۰٪ تا ۴۰٪ می‌باشد.

### بررسی اثر افزایش تعداد الکتروود بر نیروی پیشران

در شکل (۱۲) مقادیر نیروی پیشران تولید شده به ازای اعمال ولتاژهای مختلف در دو حالت تک و دو کاتده به نمایش گذاشته شده‌اند.

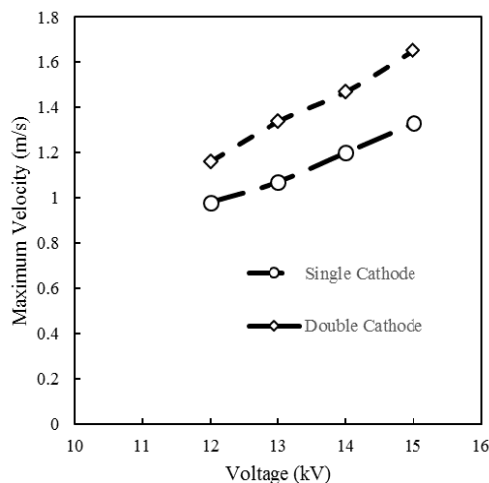


شکل ۹- کانتور چگالی بار در ولتاژ ۱۲ kV

مطابق شکل (۹) چگالی بار الکتریکی بیشترین مقدار را در سطح الکتروود ساطع کننده یا آند و دارد و مقدار آن با حرکت در تمام جهتها کاهش می‌یابد. البته این کاهش در حرکت به سمت مرزهای آزاد نسبت به حرکت در ناحیه کرونای بین آند و کاتدها شدیدتر است که علت آن تشکیل ناحیه کرونا در فضای بین سه الکتروود و جابجایی ذرات باردار در این ناحیه می‌باشد. این موضوع با توجه به شرایط مرزی انتخاب شده برای آند و کاتدها در جدول (۱) قابل تایید است، چرا که چگالی بار الکتریکی باید از مقداری ثابت در سطح آند (که بر اساس فلوجارت شکل (۴))، به مقدار صفر در سطح کاتدها و مرزهای خارجی دامنه برسد.

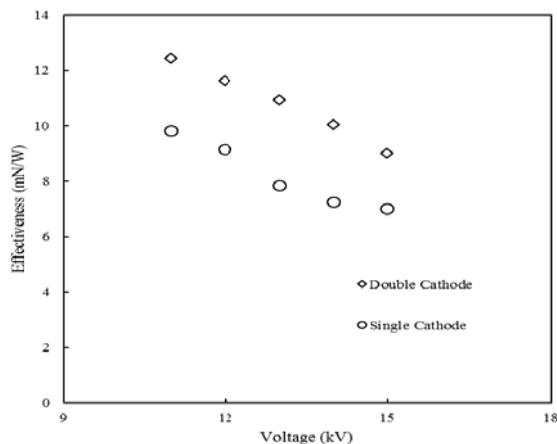
در شکل (۱۰) تغییرات سرعت بیشینه بر حسب ولتاژ اعمالی در پیکربندی دو کاتده نشان داده شده و مقادیر آن با پیکربندی تک کاتده مقایسه شده است.

همانطور که در شبیه سازی تک کاتده اشاره شد طبق روابط تحلیلی، جریان الکتریکی با مربع ولتاژ متناسب است و سرعت جریان گاز با مجذور جریان الکتریکی تغییر می‌کند [۱۴]، بنابراین رابطه سرعت با ولتاژ، رابطه‌ای خطی می‌باشد که در شکل (۱۰) نیز مشاهده می‌شود.

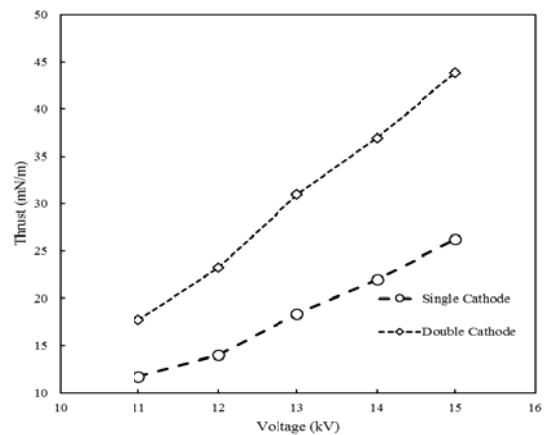


شکل ۱۰- نمودار بیشینه سرعت بر حسب ولتاژ





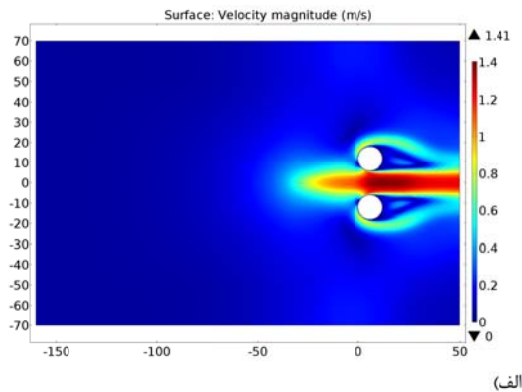
شکل ۱۳- نمودار راندمان نیروی پیشران بر حسب ولتاژ



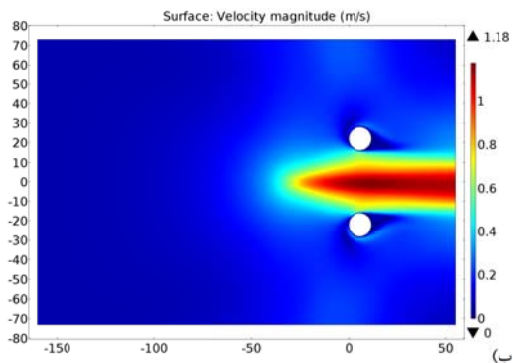
شکل ۱۲- مقایسه نمودار تراست-ولتاژ برای دو پیکربندی

### بررسی اثر تغییر فاصله بین الکترودها بر سرعت و نیروی پیشران

با تغییر فاصله بین الکترودهای کاتد، الگوی جریان، سرعت ایجادشده توسط تخلیه کرونا و در نتیجه نیروی پیشران با تغییراتی مواجه می‌شوند. در شکل (۱۴) کانتور سرعت برای دو فاصله ۱۲ و ۳۲ میلی‌متر بین دو کاتد رسم شده است. در هر دو حالت ولتاژ ۱۳ kV به آند اعمال می‌گردد و جریان الکتریکی روی  $217 \mu A/m$  ثابت نگه داشته شده است.



(الف)



(ب)

شکل ۱۴- کانتور سرعت در ولتاژ ۱۳ kV در دو فاصله متفاوت بین دو کاتد: (الف) ۱۲ mm (ب) ۳۲ mm

مطابق نمودار، مقدار نیروی پیشران نیز به ازای هر ولتاژ اعمالی، بین ۳۰٪ تا ۴۰٪ افزایش داشته است. این افزایش را می‌توان از دو منظر بررسی کرد؛ نخست آنکه به دلیل رابطه خطی نیروی پیشران با جریان الکتریکی در رژیم تخلیه کرونا، با افزایش جریان الکتریکی، نیروی پیشران نیز بر اساس رابطه زیر [۱۷] افزایش می‌یابد.

$$T = \frac{I \times d}{\mu} - F_D \quad (7)$$

ثانیاً با توجه به اینکه در پیکربندی دو کاتده دیگر جت جریان اصلی لازم نیست کاتد را دور بزند، و با عبور از فضای بین دو کاتد یک مسیر مستقیم را طی می‌کند، میزان نیروی پسا کاهش و در نتیجه مقدار نیروی پیشران افزایش می‌یابد.

### بررسی اثر افزایش تعداد الکترود بر راندمان نیروی پیشران

پارامتر راندمان نیروی پیشران [۱۴] به عنوان معیاری برای سنجش عملکرد رانشگرهای الکتروهیدروپدینامیک محسوب می‌گردد که در این قسمت برای چند ولتاژ بین دو پیکربندی مقایسه شده است. در شکل (۱۳) نمودار تغییرات راندمان نیروی پیشران برای دو پیکربندی تک کاتده و دو کاتده رسم شده است.

در پژوهش تک کاتده [۱۴] نشان داده شد که با افزایش ولتاژ و در نتیجه افزایش جریان الکتریکی و افزایش توان، راندمان نیروی پیشران کاهش می‌یابد. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود با افزایش تعداد کاتد، راندمان نیروی پیشران در هر ولتاژ مشخص افزایش می‌یابد. این افزایش در راندمان به این دلیل است که در رابطه تحلیلی زیر که از پژوهش موریانو [۱۷] استخراج شده است:

$$\theta = \frac{d}{\mu V} \quad (8)$$

هنگامی که دو کاتد استفاده شود، طبق رابطه فیثاغورث فاصله بین آند و هر کاتد کمی بیشتر از ۳۰ mm می‌گردد. پس در حالی که ولتاژ در دو پیکربندی یکسان است، افزایش فاصله  $d$  منجر به افزایش راندمان نیروی پیشران می‌گردد.

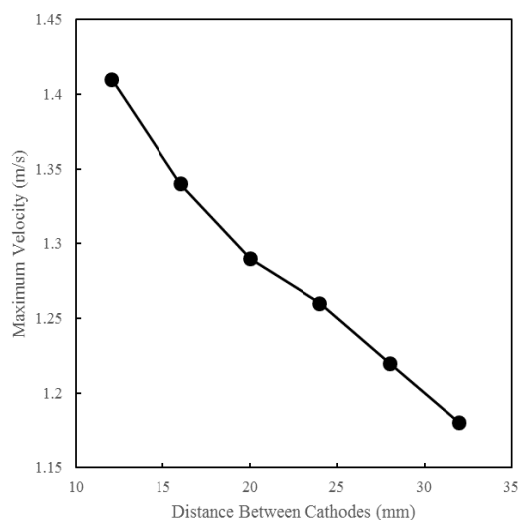
دلیل افزایش فاصله میان دو کاتده، دبی جرمی چنان افزایش می یابد که اثر کاهش سرعت را جبران کرده و در نهایت حاصل ضرب این دو پارامتر که مقدار نیروی پیشران را تعیین می کند روندی افزایشی پیدا می کند. این رفتار تا فاصله حدود ۲۸ mm قابل مشاهده است؛ اما با افزایش بیشتر فاصله، شدت میدان الکتریکی آنچنان تضعیف می گردد که کاهش نیروی الکتریکی وارد بر جریان پلاسما و به تبع آن افت سرعت القایی به طور قابل ملاحظه ای تشدید می یابد و در نتیجه افزایش دبی جرمی عبوری از بین دو کاتده نیز نمی تواند این اثر منفی را جبران کند و بنابراین نیروی پیشران روندی کاهشی می یابد.

### جمع بندی و نتیجه گیری

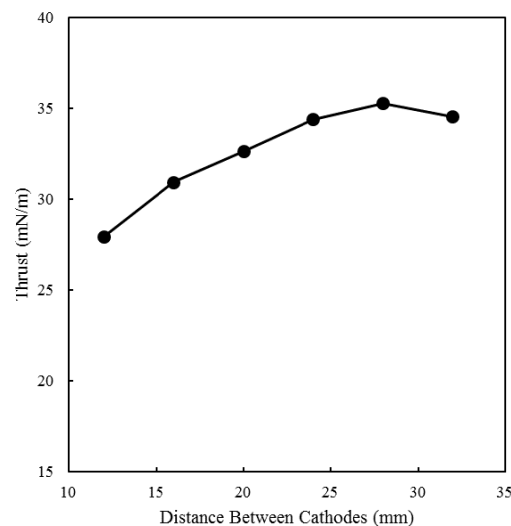
در پژوهش حاضر به عنوان نخستین گام در طراحی و توسعه رانشگرهای EHD، مشخصات جریان الکتروهیدرودینامیک ناشی از رژیم تخلیه کرونا بین سه الکتروده با پیکربندی سیم-سیلندر، به صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفت و پس از اعتبارسنجی مدل توسعه داده شده و تطابق آن با نتایج تجربی، مشخصات جریان بررسی و با مدل دو الکتروده مقایسه شد. با بررسی و رفتارسنجی مشخصه های الکتریکی و الگوی جریان سیال نتایج زیر حاصل شد:

- استفاده از دو الکتروده کاتده به جای یک الکتروده، باعث افزایش مساحت سطحی می شود که یونها را به خود جذب می کند. افزایش مساحت این سطح منجر به افزایش ابعاد ناحیه یونیزاسیون می شود، بدین معنی که تعداد ذرات باردار بیشتری در ناحیه بین آند و کاتدها حرکت می کنند.
- در پیکربندی دو کاتدی، جت جریان اصلی لازم نیست کاتده را دور بزند، و با عبور از فضای بین دو کاتده یک مسیر مستقیم را طی می کند، بدین ترتیب میزان نیروی پسا کاهش، و در نتیجه مقدار نیروی پیشران نسبت به حالت تک کاتده بیش از ۳۰٪ افزایش می یابد.
- با افزایش ابعاد ناحیه یونیزاسیون، تعداد ذرات باردار بیشتری در ناحیه بین آند و کاتدها حرکت می کنند و در نتیجه مقدار جریان الکتریکی تخلیه کرونا افزایش پیدا می کند. بدین ترتیب برای دستیابی به یک مقدار جریان معین، با استفاده از دو کاتده می توان ولتاژ کمتری را نسبت به حالت تک کاتده اعمال کرد. لازم به ذکر است که در مدل مورد مطالعه، میزان افزایش جریان الکتریکی پیکربندی دو کاتده نسبت به پیکربندی تک کاتده در هر ولتاژ، بین ۳۰٪ تا ۴۰٪ می باشد که با توجه به رابطه خطی بین نیروی پیشران و جریان الکتریکی، نیروی پیشران نیز تقریباً به همین میزان افزایش پیدا می کند.

همانطور که در شکل (۱۴) مشاهده می شود، با افزایش فاصله بین دو کاتده، بیشینه سرعت جریان ناشی از تخلیه کرونا کاهش می یابد و همچنین دو جت جریانی که در خارج از ناحیه کرونا تشکیل می گردند، ضعیف تر می شوند. برای بررسی دقیق تر اثر فاصله بین دو کاتده، نمودارهای تغییر سرعت و نیروی پیشران در جریان الکتریکی و ولتاژ ثابت ذکر شده، برای چند فاصله مختلف بین دو کاتده رسم شد که به ترتیب در اشکال (۱۵) و (۱۶) نشان داده شده اند.



شکل ۱۵- نمودار سرعت ماکزیمم بر حسب فاصله بین دو کاتده



شکل ۱۶- نمودار نیروی پیشران بر حسب فاصله بین دو کاتده

به طور کلی با افزایش فاصله بین دو کاتده، توزیع میدان الکتریکی به گونه ای تغییر می کند که مولفه محوری نیروی کولمب وارد بر جریان گاز یونیزه شده کاهش یافته و به تبع آن مطابق شکل (۱۵) مقدار سرعت کم می شود. تحت این شرایط اگرچه سرعت در حال کاهش یافتن است اما به

- با اضافه کردن کاتد دوم به پیکربندی، یک آرایش مثلثی به وجود می‌آید که در آن فاصله بین هر کاتد با آند نسبت به حال تک‌کاتده افزایش یافته است. بنابراین طبق رابطه تحلیلی (۸) میزان راندمان نیروی پیشران برای هر ولتاژ اعمالی نسبت به حالت تک‌کاتده بیشتر می‌شود.

## مراجع

- [11] Kim, C., Park, D., Noh, K., Hwang, J., "Velocity and Energy Conversion Efficiency Characteristics of Ionic Wind Generator in a Multistage Configuration," *Journal of Electrostatics*, Vol. 68, No. 1, 2010, pp. 36–41.
- [12] Taleghani, A.S., Shadaram, A., Mirzaei, M., Abdolahipour, S., "Parametric study of a plasma actuator at unsteady actuation by measurements of the induced flow velocity for flow control," *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. 40, No. 4, 2018, pp.173(1)-173(13).
- [13] Granados, V. H., Pinheiro, M.J. and Sá, P.A., "Electrostatic propulsion device for aerodynamics applications," *Physics of Plasmas*, Vol. 23, No. 7, 2016, pp. 073514(1)-073514(11).
- [14] Fathi, A. and Ahangar M., "Numerical simulation of electrohydrodynamic flow produced by wire-to-cylinder in atmospheric condition," *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 2, 2018, pp. 323-330. (in Persian)
- [15] Fathi, A. and Ahangar, M., "Parametric Study of corona discharge produced by wire-to-cylinder in atmospheric condition," *17<sup>th</sup> International conference of Iranian Aerospace Society*, Tehran, Iran, June 18-21, 2018. (in Persian)
- [16] Gilmore, C.K. and Barrett, S.R.H., "Electrohydrodynamic thrust density using positive corona-induced ionic winds for in-atmosphere propulsion," *Proceedings of Royal Society A*, Vol. 471. No. 2175, 2015, pp. 1-24.
- [17] Moreau, E., Benard, N., Alicalapa, F. and Douyère, A., "Electrohydrodynamic force produced by a corona discharge between a wire active electrode and several cylinder electrodes, application to electric propulsion," *Journal of Electrostatics*, Vol. 76, 2015, pp. 194–200.
- [18] Ramadhan, A. A., Kapur, N., Summers, J.L. and Thompson, H. M., "Performance and flow characteristics of miniature EHD air blowers for thermal management applications," *Journal of Electrostatics*, Vol. 93, 2018, pp. 31-42.
- [19] Moreau, E., Benard, N., Lan-Sun-Luk, J. D. and Chabriat, J.P., "Electrohydrodynamic force produced by a wire-to-cylinder dc corona discharge in air at atmospheric pressure," *Journal of Physics D Applied Physics*, Vol. 46, No. 47, 2013, pp. 1-14.
- [20] Kaptsov, N.A., *Elektricheskie yavleniya v gazakh i vakuume*, Moscow, OGI, 1947.
- [21] Petra, C.G., Schenk, O., Anitescu, M., "Real-time stochastic optimization of complex energy systems on high-performance computers," *IEEE Computing in Science & Engineering*, Vol. 16, No. 5, 2014, pp. 32-42.
- [1] Mizeraczyk, J., Berendt, A. and Podlinski, J., "Temporal and spatial evolution of EHD particle flow onset in air in a needle-to-plate negative DC corona discharge," *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 49, No. 20, 2016, pp. 1-14.
- [2] Darabi, J., Ohadi, M.M. and DeVoe, D., "An electrohydrodynamic polarization micropump for electronic cooling," *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 10, No. 1, 2001, pp. 98-106.
- [3] Oglesby, S., *Electrostatic Precipitation*, Marcel Dekker, 1978.
- [4] Hughes, J.F., *Electrostatics Powder Coating*, Wiley, 1984.
- [5] Bastien, F., "Acoustics and gas discharges: applications to loudspeakers," *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 20, No.12, 1987, pp. 1547-1557.
- [6] Granados, V. H., Pinheiro, M. J., Sa, P. A., "Study of the design and efficiency of single stage EHD thrusters at the sub-atmospheric pressure of 1.3 kPa," *Physics of Plasmas*, Vol. 24, No. 12, 2017, pp. 123513(1)-125513(12).
- [7] Fridman, A., Chirokov A., Gutsol A., "Non-Thermal Atmospheric Pressure Discharges," *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 38, No. 2, 2005, pp. R1-R24.
- [8] Robinson, M., "Movement of Air in the Electric Wind of the Corona Discharge," *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, Vol. 80, No. 2, 1961, pp. 143–150.
- [9] Colas, D. F. et al., "Ion wind generation by a wire-cylinder-plate corona discharge in air at atmospheric pressure," *Journal of Applied Physics*, Vol. 108, No. 10, 2010, pp. 1-6.
- [10] Moreau, E., Touchard G., "Enhancing the Mechanical Efficiency of Electric Wind in Corona Discharges," *Journal of Electrostatics*, Vol. 66, No. 1, 2008, pp. 39–44.