

**Research Paper**

# **Numerical Study on Spray Characteristic of Double Phases Internal Mix Atomizer with Lagrangian Approach**

**A.R. Mohammadi<sup>1</sup> and F. Ommi<sup>2</sup>**

1,2. Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

\*[alireza@karamadan.com](mailto:alireza@karamadan.com)

*This paper presents numerical study on spray characteristics and droplet distribution by using Lagrangian method in the discrete phase model of CFD. A two-fluid Eulerian method and Lagrangian approach is selected for modeling two phases turbulence flow in mixing chamber and atomization at outlet of nozzle while turbulence has been modeled by K-ε. In this study, water has been used instead of fuel and Nitrogen instead of atomization gas or oxidizer, while their ratio has been considered 0.32 to provide 26 degrees cone angle and this way, droplet's characteristic has been studied and compared with maximum entropy methods. Then droplet's diameter has been investigated by changing liquid and gas phase flow rate and based on that, we can optimize atomizer 's working condition with maximum efficiency with respect to its cone angle, droplet 's diameter and velocity and level of penetration by minimum need of experimental tests.*

**Keywords:** Spray, Internal mix atomizer, Lagrangian method, Turbulence, Liquid break up, Droplet dimension and velocity

---

1. PhD Student (Corresponding Author)  
2. Associate Professor

مقاله علمی - پژوهشی

# بررسی عددی مشخصات افشانه حاصل از انژکتور دوپایه ترکیب داخلی دو فاز به کمک روش لاگرانژی

علیرضا محمدی<sup>۱\*</sup> و فتح الله امی<sup>۲</sup>

۱ و ۲- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

\*Alireza@karamadan.com

در این پژوهش، مطالعه عددی بر روی مشخصات افشانه یک انژکتور دوپایه ترکیب داخلی دو فاز به کمک روش لاگرانژی در فضای گسسته صورت گرفته است. برای بررسی انژکتور، معادلات اویلری برای جریان دوفازی داخل انژکتور و معادلات لاگرانژی برای مدلسازی جریان دوفازی خارج انژکتور به کار گرفته شده و از روش توربولانسی K-ε برای تعیین انرژی توربولانس استفاده شده است. در این پژوهش آب به جای سوخت و نیتروژن به عنوان فاز گازی انتخاب شده و با تنظیم نسبت دبی جرمی نیتروژن به آب - معادل ۰/۳۲ و متعاقب آن بدست آمدن زاویه پاشش ۲۶ درجه، مشخصات قطرات بررسی شده و با نتایج روش ماکزیمم آنتروپی مورد مقایسه قرار گرفته است. سپس مشخصات ذرات با تغییر مقادیر ورودی فازهای مایع و گازی بررسی شده و بر اساس آن امکان بهینه سازی انژکتور برای شرایط راندمان حداکثری از منظر قطر قطرات، سرعت قطرات و میزان نفوذ با مدل سازی عددی و با نیاز حداقلی به نتایج تجربی فراهم شده است.

واژه های کلیدی: افشانه، انژکتور ترکیب داخلی، روش لاگرانژی، توربولانس، شکست جریان، قطر و سرعت قطرات

علائم و اختصارات	
$Q_i$	پیوستگی جرم
$Re$	عدد رینولدز
$r_1$	شعاع قطره حاصل از شکست
$S_e$	چشمه انرژی
$S_m$	چشمه جرم
$S_u$	چشمه ممنتوم
$u_p$	سرعت ذرات در فضای گسسته
$u$	سرعت ذرات در فضای پیوسته
$\alpha_k$	عدد پراتنل جریان توربولان در معادله انرژی
$\alpha_\epsilon$	عدد پراتنل جریان توربولان در معادله استهلاک
$\epsilon$	نرخ مستهلک شدن توربولانس
$\rho$	چگالی معادل ذرات سیال در فضای پیوسته
$\rho_p$	چگالی معادل ذرات در فضای گسسته
$\Lambda$	طول موج شکست
$\Omega$	ماکزیمم نرخ رشد
$\tau$	تابع زمانی شکست جریان
$B_1$	ثابت زمانی شکست
$C_D$	ضریب نیروی پسا
$D_{50}$	قطر میانگین جهت نمایش متوسط ساین ذرات
$d_p$	قطر ذرات
$F_D$	نیروی پسا
$F_j$	شار جریان غیر لزج
$F_{vj}$	شار جریان لزج
$G_k$	نرخ تولید انرژی سینماتیک توربولانس توسط پارامتر سرعت میانگین سیال
$K$	نرخ تولید انرژی توربولانس
$N$	تعداد سلول شبکه محاسباتی
$P$	فشار هوای ورودی به انژکتور
$Q$	دبی جرمی آب ورودی به انژکتور

۱. دانشجوی دکتری (نویسنده مخاطب)  
 ۲. استاد

در حوزه پاشش و اتمیزاسیون انژکتور دوپایه یکی از مهم‌ترین و بنیادی‌ترین پژوهش‌ها در سال ۱۹۳۹ توسط ناکایاما و تاناساوا<sup>۶</sup> رقم خورد [۶]. در این پژوهش تجربی بیان شد که قطر ساتر<sup>۷</sup> تابعی از پارامترهای پاشش است و همچنین آن‌ها دریافتند که میزان قطر ساتر به سرعت گاز در انژکتور دوپایه بستگی دارد. لورانزتو و لفره<sup>۸</sup> [۷] در سال ۱۹۷۷ مشاهده کردند که قطر نازل سوخت برای سیالات با ویسکوزیته پایین، اثر کمی روی قطر ساتر دارد. این نتیجه آن‌ها مطابق آنچه بود که ناکایاما و تاناساوا در سال ۱۹۳۹ بدست آورده بودند.

اروگلو<sup>۹</sup> و همکاران [۸] در سال ۱۹۹۱ طول شکست جت سیال را اندازه گرفتند و دریافتند که طول شکست جت سیال با افزایش عدد وبر<sup>۱۰</sup> کاهش می‌یابد و با افزایش عدد رینولدز<sup>۱۱</sup> سیال افزایش می‌یابد. انگلبرت<sup>۱۲</sup> و همکاران [۹] در سال ۱۹۹۵ در راستای تحقیقات خود در حوزه طول شکست به این نتیجه رسیدند که طول شکست تابعی است از نرخ مومنتم گاز به مایع یا تابعی است از نرخ انرژی گاز به مایع. مایر و برانام<sup>۱۳</sup> در سال ۲۰۰۴ [۱۰] از منظری دیگر بیان کردند که طول شکست می‌تواند به صورت تابعی از نیروهای آیرودینامیکی، آشفتگی داخلی و مشخصات جت سیال بیان شود. وارگا<sup>۱۴</sup> و همکاران [۱۱] نیز در سال ۲۰۰۳ و ویلر ماوکس<sup>۱۵</sup> و همکاران [۱۲] در سال ۲۰۰۴ گام‌های زمانی گسسته شدن و اتمیزه شدن جت سیال را وقتی به طور موازی با هوای سرعت بالا برخورد می‌کند مشاهده و تحلیل کردند.

نتایج لیو<sup>۱۶</sup> و همکاران در سال ۲۰۰۶ نشان داد که قطر نازل سوخت، برای زمانی که نسبت شار جرمی مایع به گاز بزرگ باشد، اثری آشکار بر روی قطر ساتر دارد اما برای نسبت‌های کوچک هیچ اثری ندارد [۱۳]. آن‌ها نشان دادند که بررسی مکانیزم‌های فیزیکی برای دستیابی به چگونگی وابستگی قطر ساتر به سرعت گاز، سرعت مایع و قطر نازل، اساس و پایه طراحی انژکتور به منظور رسیدن به اتمیزاسیون قابل قبول می‌باشد. در سال ۲۰۰۵ سلطانی و همکاران در پژوهشی با تغییر دبی جریان اکسید کننده و سوخت در انژکتور دو پایه تک فاز (مایع- مایع) میزان قطر میانگین ذرات (قطر ساتر) و سرعت آن‌ها را توسط سیستم سنجش لیزری با تغییر فاز<sup>۱۷</sup> بدست آوردند. در سال ۲۰۱۲ بهارنچی و همکاران به مطالعه

ویسکوزیته موثر ذرات در فضای پیوسته  $\mu_{eff}$   
ویسکوزیته در فضای گسسته  $\mu$

## مقدمه

انژکتورها، کاربرد وسیعی در صنایع مختلف از جمله محفظه احتراق نیروگاه‌های گازی، موتور راکت‌های فضایی و ادوات پزشکی و غیره دارند. به‌طور کلی اتمیزاسیون به فرایند تبدیل یک توده سیال به قطرات بسیار کوچک گفته می‌شود که ابعاد این قطرات به مشخصه‌های انژکتور بستگی دارد. در بسیاری از کاربردهای انژکتورها، توزیع قطر و سرعت قطرات ایجاد شده می‌بایست از فرم مشخصی تبعیت کند (تعداد ذرات، عرض پاشش، قطرات کوچک، سرعت قطرات و غیره) تا بهترین نتیجه حاصل شود. در کاربردهای احتراقی وظیفه اتمیزرها افزایش نسبت سطح به حجم قطرات سوخت تا جای ممکن و در نتیجه رسیدن به نسبت بالای انتقال حرارت، تبخیر و اختلاط می‌باشد. در مولدهای انرژی، پیشراشه‌ها و انواع سیستم‌های احتراقی نیز بررسی توزیع قطر و سرعت قطرات افشانه تاثیر زیادی بر عملکرد و کاهش تولید آلاینده‌ها دارد [۱]. استفاده از انژکتورهای دوپایه ترکیب داخلی به دلیل قابلیت کنترل بالا بر مواردی چون سرعت و قطر قطرات و همچنین زاویه پاشش، در حال توسعه می‌باشد [۲]. این انژکتورها در قیاس با انژکتورهای تک پایه، قادر به ایجاد افشانه‌هایی با کیفیت بالا با فشار ورودی کمتری هستند که این موضوع پارامتر بسیار مهمی در راندمان انژکتورها محسوب می‌شود [۳]. از این رو شناخت فرایند اتمیزاسیون<sup>۳</sup> و توزیع قطر و سرعت قطرات افشانه از اهمیت بالایی برخوردار می‌باشد.

به‌طور کلی جریان خروجی از انژکتور به غیر از انژکتورهای بسیار پرفشار تا هنگام تبدیل شدن به قطرات دارای دو مرحله گسست شکست اولیه<sup>۴</sup> و شکست ثانویه<sup>۵</sup> می‌باشد. مرحله شکست اولیه، فرایند شروع اختلاط و شکل‌گیری مخلوط سیال خروجی نازل و محیط اطراف یا جریان دوم انژکتور می‌باشد. از همین رو جهت بررسی شکل‌گیری قطرات، لازم است جریان سیال درون محفظه اختلاط و خروجی از نازل بدلیل تاثیر آن بر ادامه فرایند، مورد مطالعه و شبیه‌سازی قرار گیرد [۴]. بیشتر تحلیل‌های مرتبط با تاثیر انژکتور بر فرایندها، بدلیل ناپیوسته بودن قطرات، تحلیل لاگرانژی بوده و بدلیل اینکه توضیح لاگرانژی فاز مایع نیاز به وجود قطرات دارد، شبیه‌سازی شکل‌گیری افشانه درون محفظه اختلاط به صورت اویلری و با نفوذ قطرات به محفظه احتراق به صورت لاگرانژی انجام می‌شود [۵].

6. Nukiyama and Tanasawa  
7. Sauter Mean Diameter (SMD)  
8. Lorangetto and Lefebvre  
9. Eroglu  
10. Weber number (We)  
11. Reynolds number (Re)  
12. Engelbert  
13. Mayer and Branam  
14. Varga  
15. Villermaux  
16. Liu  
17. phase doppler anemometry(PDA)

3. Atomization  
4. Primary Breakup  
5. Secondary Breakup

می‌شود. به دلیل توربولانس و اختلاط داخل نازل بر روی سطح افشانه پوشیده از موج‌های بسیار ریز می‌باشد. برخی از این موج‌ها به وسیله نیروهای سطحی تقویت شده و در نهایت با افزایش دامنه باعث شکست افشانه می‌شوند که در نتیجه آن بخشی از سیال از جت جدا شده و قطرات اولیه را تشکیل می‌دهند. با این حال این مکانیزم شکست وابسته به زمان بوده و از این رو نمی‌توان آن را توضیحی برای شکست آنی افشانه پس از نازل قلمداد نمود. همچنین نیروهای آیرودینامیک جزو نیروهای سطحی بوده و در ساختار داخلی اثر نمی‌کنند [۱۸].

دومین عامل مهم در فرآیند شکست، مکانیزم جدایش القایی توربولانسی<sup>۱۸</sup> است. اگر اغتشاشات توربولانسی شعاعی که در داخل نازل ایجاد می‌شوند به اندازه‌ی کافی قوی باشند، ادی<sup>۱۹</sup> های توربولانسی به تنش‌های سطحی غلبه کرده و از جت خارج می‌شوند. شکست توربولانسی یکی از مهمترین مکانیزم‌های شکست اولیه است. یکی از شناخته شده‌ترین آزمایش‌ها در این زمینه تحقیقات تحلیلی و تجربی هیداکا<sup>۲۰</sup> و همکاران می‌باشد [۱۹]. در شکل ۱، مدل سه بعدی از شکست اولیه و ثانویه نمایش داده شده است.



شکل ۱ - نمایش سه بعدی شکست اولیه و ثانویه

### انژکتور دوپایه ترکیب داخلی دوفاز

در سال‌های اخیر، انژکتورهای دوپایه ترکیب داخلی به دلیل قابلیت کنترل بالا در مشخصات افشانه خروجی، مورد توجه بسیار قرار گرفته‌اند. در این مدل از انژکتور، شکست اولیه درون محفظه اختلاط رخ می‌دهد و با در نظر گرفتن نسبت مشخصی از هوا و سوخت، می‌توان در فشارهای بسیار پایین تری نسبت به انژکتورهای تک‌پایه، توزیع مناسب تری از مشخصات افشانه مانند قطر قطرات و سرعت آن‌ها را بدست آورد. این بدان معناست که انژکتورهای ترکیب داخلی دوفاز، در جریان مشابه سوخت و فشار معادل اکسیدکننده، راندمان افشانه بالاتری ارائه می‌دهند [۳]. شکل افشانه

عددی جریان داخلی انژکتورهای ساده به منظور تبیین ویژگی‌های جریان مانند توربولانس، چرخش و حد فاصل بین دو فاز پرداختند. سپس با مطالعات جزئی‌تر اثر نیروی کشش سطح برابر حدفاصل گاز و مایع و متغیرهای جریان را مشخص نمودند. همچنین ضرورت ورود این نیرو را در شبیه‌سازی تعیین کردند [۱۴]. امی و همکاران در پژوهشی در سال ۲۰۱۵ مراحل طراحی و محاسبات انژکتور دوپایه را ارزیابی کردند و سپس بر مبنای نتایج تئوری و تجربی روشی جدید برای طراحی انژکتور دوپایه ارائه کردند. نتیجه کار حصول یک کد کامپیوتری شد که بر مبنای آن انژکتورهای زیادی را ساخته و تست کردند [۱۵]. امی و همکاران همچنین روش ماکزیمم آنتروپی را برای بررسی مشخصه افشانه انژکتورها توسعه دادند که از نتایج تجربی سلام و همکاران [۱۶] در آن استفاده شده بود. در این پژوهش نیز برای اعتبارسنجی نتایج بدست آمده در ارتباط با مشخصات افشانه، از نتایج ماکزیمم آنتروپی امی و نتایج تجربی سلام بهره‌برداری شده است ولیکن قطر و سرعت قطرات به صورت مستقل از روش‌های تجربی بدست آمده است.

در این پژوهش به کمک روش لاگرانژی، توزیع سرعت و قطر قطرات در فضای گسسته بر اساس نسبت‌های مختلف فازهای مایع و گازی در یک انژکتور دوپایه ترکیب داخلی دو فاز تبیین شده است. هدف از این پژوهش بررسی مشخصات افشانه در یک انژکتور دوفازی بوده تا بتوان توزیع سرعت و قطر قطرات را بدون انجام روش‌های زمانبر و پرهزینه تجربی که توسط پیشینیان انجام گرفته، بدست آورد.

## بررسی ساز و کار شکست و انژکتور دوپایه

### شکست جریان انژکتور

به‌طور کلی دلایل گسسته شدن و اتمیزاسیون سیال قبل و یا پس از خروج از انژکتور شامل موارد زیر می‌باشد: ۱- مقاومت در برابر حرکت سیال دوم به دلیل نیروهای آیرودینامیک که ناشی از اختلاف سرعت دو سیال درون محفظه اختلاط در انژکتورهای ترکیب داخلی می‌باشد. ۲- اغتشاشات ناشی از توربولانس و اختلاط سیال که به مرور افزایش یافته و منجر به گسسته شدن سیال می‌انجامد و همان‌طور که آزمایش‌ها در خلأ و در غیاب نیروهای آیرودینامیک نشان می‌دهد، این نیرو تأثیر اساسی در گسسته‌سازی دارد. ۳- تغییرات پروفایل سرعت ۴- کاپیتاسیون که در انژکتورهای پرفشار و انژکتورهای با کارکرد منقطع مؤثر است [۱۷].

مهم‌ترین مکانیزم‌های شکست اولیه، ناشی از سرعت نسبی بسیار بین دو سیال است که باعث القای تنش‌های برشی آیرودینامیکی در سطح مشترک گاز و مایع در انژکتور دوفازی

18. Turbulent induce disintegration

19. Eddy

20. Hidaka

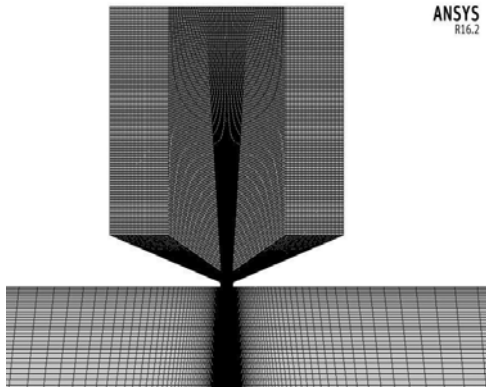
داخلی انژکتور از ۳.۱۸۶.۷۷۱ سلول محاسباتی تتراهدرال<sup>۲۳</sup> استفاده شده تا بتوان با دقت بالا میزان تولید توربولانس و نرخ مستهلک<sup>۲۴</sup> شدن آن را اندازه‌گیری کرد که در شکل‌های ۳ و ۴ نمایش داده شده‌است. برای شبیه‌سازی نرم‌افزاری پاشش انژکتور مورد مطالعه، ابعاد و اندازه‌های آن توسط نرم‌افزار انسیس<sup>۲۵</sup> طراحی و سپس با نرم‌افزار فلونت<sup>۲۶</sup> شبیه‌سازی شده‌است. به منظور گسسته‌سازی معادلات از روش مرتبه دوم پیش‌رو به دلیل دقت بالا در حل عددی معادلات حاکم بر جریان در هر دوفاز بهره گرفته شده‌است. برای گسسته‌سازی معادلات مدل توربولانسی نیز از روش مرتبه اول پیش‌رو استفاده شده‌است. روش K-ε به اندازه کافی دقت لازم را برای مدلسازی عددی در این پژوهش داشته و استفاده از روش گسسته‌سازی مرتبه دوم برای این مدل، کاهش خطای چشمگیری را به وجود نیاورده‌است.

ANSYS  
R16.2



شکل ۳- مش‌بندی سه بعدی تتراهدرال بر روی انژکتور دوفازی ترکیب داخلی

ANSYS  
R16.2



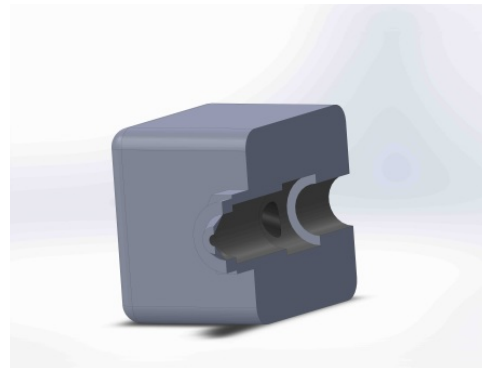
شکل ۴- مش سازمان یافته جهت تعیین مشخصات افشانه در محفظه احتراق

برای مدلسازی جریان، از معادله (۱) برای پیوستگی جرم، معادلات (۲) و (۳) برای ممنتوم<sup>۲۷</sup> و از معادلات (۴) و (۵) برای انرژی استفاده شده‌است که بدین صورت بیان می‌شود:

23. Tetrahedral  
24. Dissipation  
25. Ansys  
26. Fluent  
27. Momentum

نیز قابلیت کنترل بالایی از طریق تغییر فشار و سرعت فاز گازی انژکتور دارد. این فاز گازی، درون انژکتور با فاز مایع ترکیب شده و به فرآیند اتمیزاسیون کمک می‌کند [۲۰].

در فاز گازی، طراحی بایستی به گونه‌ای باشد که ملاحظات صوتی جریان و فشار خروجی ترکیب بدست آمده نسبت به اتمسفر و یا فشار محفظه احتراق در نظر گرفته شود. از سوی دیگر، انژکتورهای دوپایه ترکیب داخلی معمولاً چتر پاشش قرینه و یکنواختی دارند که با یکنواختی پاشش سوخت به درون محفظه احتراق منجر به افزایش راندمان توربین گازی و کاهش آلاینده‌گی آن می‌شود. در شکل ۲، سطح مقطع انژکتور طراحی شده نشان داده شده‌است. در این پژوهش مدلی از انژکتور یک میکروتوربین گازی به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفته و نتایج آن با روش ماکزیمم آنتروپی توسعه یافته و نتایج با ورودی تجربی اعتبارسنجی شده و امکان ارائه آنالیز درستی از مشخصه‌های افشانه انژکتورهای دوپایه دوفازی مستقل از روش‌های تجربی پرهزینه و زمان بر، فراهم شده‌است.



شکل ۲- سطح مقطع انژکتور دو پایه ترکیب داخلی دوفازی طراحی شده [۱۵]

## حل عددی انژکتور دوپایه

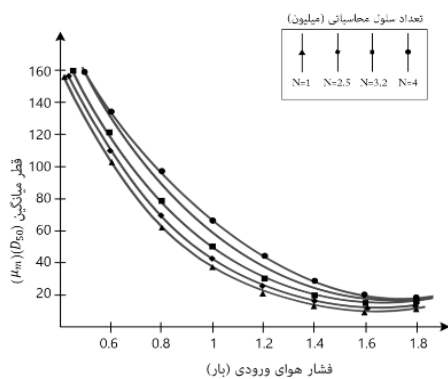
مدلسازی جریان آشفته داخل انژکتور و محاسبه نیروی پسا<sup>۲۱</sup> برای حل جریان آشفته درون انژکتور از معادلات پیوستگی و معادلات میانگین رینولدز و ناویر- استوکس<sup>۲۲</sup> سه‌بعدی استفاده شده‌است. جریان دو فاز مایع و گاز با توجه به فیزیک مسئله تراکم ناپذیر است و با در نظر گرفتن تغییرات ناگهانی در مقادیر فشار و سرعت و اهمیت جریان لایه مرزی از روش توربولانسی K-ε و مدل RNG بهره برده شده تا جریان آشفته به درستی و متناسب با فیزیک جریان مدل گردد [۲۱]. جریان دوفازی مایع و گاز با توجه به فیزیک مسئله ناپایا می‌باشد و از مدلسازی دوفازی هم درون و هم بیرون انژکتور استفاده شده‌است. برای مدلسازی سه‌بعدی جریان

21. Drag  
22. Reynolds Average and Navier-Stoks

### بررسی استقلال نتایج از شبکه محاسباتی

هزینه محاسباتی ارتباط مستقیمی با درشت یا ریز بودن شبکه بندی داشته و هرچه قدر که شبکه ریزتر باشد هزینه بیشتری متصور بوده حال آنکه ممکن است درشت بودن شبکه به نتایج نادرستی منتج شده باشد. به منظور بررسی استقلال از شبکه محاسباتی، شبکه بندی های یک میلیون، دومیلیون و پانصد هزار، سه میلیون و دویست هزار و چهار میلیون سلول محاسباتی مورد بررسی قرار گرفت و نتایج حاصل از هر یک با نتایج روش ماکزیمم آنتروپی و با ورودی های تجربی [۱۵، ۱۶] مقایسه شد.

در شکل ۵ به ازای مقادیر مختلف فشار سیال فاز گازی، قطر میانگین  $D_{50}$  بدست آمده است. همانطور که در این شکل مشخص است تفاوت زیادی بین شبکه بندی های مختلف با مقادیر تجربی در دامنه مشخصی از تعداد سلول ها وجود ندارد اما میزان خطای حاصل از شبکه بندی سه میلیون و دویست هزار سلول به نسبت دیگر شبکه بندی ها کمتر است هرچند که میزان خطای حاصل از شبکه بندی دو میلیون و پانصد هزار سلول هم کم می باشد اما برای اطمینان از صحت کار عددی، میزان شبکه بندی سه میلیون و دویست هزار سلول انتخاب شده است. هنگامی که سایز شبکه محاسباتی خیلی ریز باشد احتمال آن وجود دارد که دسته قطرات یک و یا چند حجم کنترل محاسباتی یا همان سلول محاسباتی را کاملا اشغال نمایند. اگر فاز مایع کل حجم یک سلول را اشغال نماید، حجم گاز در آن سلول به سمت صفر میل نموده و این امر باعث ایجاد نقاط منفرد در محاسبات می گردد که میزان خطا در حالت شبکه ریزتر را بیشتر می کند.



شکل ۵- مقایسه نتایج عددی بر حسب تعداد سلول محاسباتی با نتایج تجربی [۱۶] در قطر میانگین

### توزیع قطر قطرات و کانتور سرعت

افشانه های با چتر پاشش کوچک و نازک، انرژی جنبشی بیشتری کسب کرده و تاثیر نیروی پسای خارجی بر روی آن ها کمتر است و به همین دلیل نفوذ بیشتری در محفظه احتراق انجام می دهند. افشانه های با چتر پاشش بزرگتر، مشخصات اتمیزاسیون بهتری از

$$Q_i = [\rho, \rho u, \rho E]^T \quad (۱)$$

$$F_j = [\rho u_j, \rho u_i u_{ij} + p \delta_{ij}, (\rho E + p) u_j]^T \quad (۲)$$

$$F_{vj} = [0, -\tau_{ij}, -\tau_{ij} u_i + q_i]^T \quad (۳)$$

$$S = [S_m, S_w, S_e]^T \quad (۴)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial t} + \frac{\partial F_j}{\partial x_j} + \frac{1}{Re} \frac{\partial F_{vj}}{\partial x_j} = S \quad (۵)$$

برای مدل سازی جریان آشفته داخل نازل نیز از معادلات میانگین رینولدز K-ε از نوع RNG به صورت معادلات (۶) و (۷) بهره گرفته شده است:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k U_i) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + G_k - \rho \epsilon + S_k \quad (۶)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \epsilon U_i) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \alpha_\epsilon \mu_{eff} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) + G_{1\epsilon} G_k \frac{\epsilon}{k} - G_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} - R_\epsilon + S_\epsilon \quad (۷)$$

که در این روابط،  $S_k$  و  $S_\epsilon$  با توجه به شرایط فیزیکی مسئله تعریف شده اند.

برای محاسبه نیروی پسا خارج از نازل و درون محفظه احتراق، از روش مدل سازی فضای گسسته بر اساس روش لاگرانژی استفاده شده است. همچنین به کمک روش اربیتالی تصادفی<sup>۲۸</sup>، مسیر حرکت قطرات پیش بینی شده است. روش اربیتالی به کمک معادله (۸) و نیروی پسا و عدد رینولدز و ضریب نیروی پسا به ترتیب در معادلات (۹)، (۱۰) و (۱۱) تشریح شده اند.

$$\frac{du_p}{dt} = F_D (u - u_p) + \frac{g_x (\rho_p - \rho)}{\rho_p} + F_x \quad (۸)$$

$$F_D = \frac{18 \mu C_D Re}{\rho_p d_p^2 24} \quad (۹)$$

$$Re = \frac{\rho d_p |u_p - u|}{\mu} \quad (۱۰)$$

$$C_D = a_1 + \frac{a_2}{Re} + \frac{a_3}{Re^2} \quad (۱۱)$$

برای بدست آوردن قطر اولیه قطرات، از معادلات اغتشاشی پایداری استفاده شده است. همچنین پس از شکست اولیه، قطر قطرات به کمک معادله (۱۲) و (۱۳) و تابع زمانی شکست در معادله (۱۴) تقریب زده شده است.

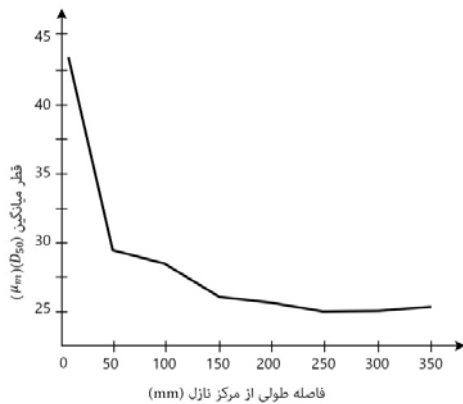
$$\frac{dr_1}{dt} = -\frac{r_1 - r}{\tau} \quad (۱۲)$$

$$r = 0.61 \Lambda \quad (۱۳)$$

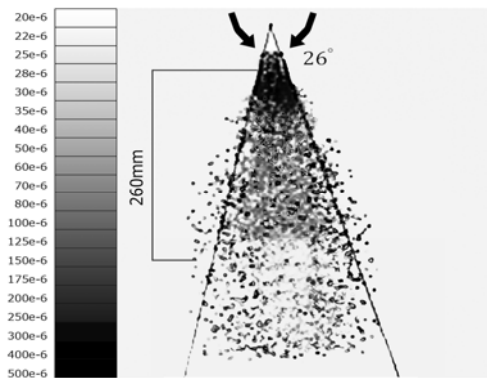
$$\tau = \frac{3.726 B_1 r_1}{\Lambda \Omega} \quad (۱۴)$$

برای حل مدل ارائه شده، ابتدا مدل اوپلری در فضای پیوسته حل شده و پس از همگرا شدن جواب، مدل فضای گسسته اجرا شده است. در مدل لاگرانژی، وضعیت ذرات به صورت ساکن فرض شده و تئوری نیروی پسای فعال به کار گرفته شده است.

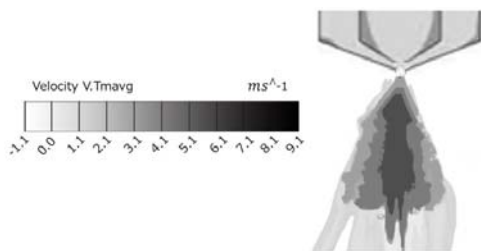
جریان آشفته ایجاد شده در محفظه احتراق نسبت به خط مرکز نازل، تقریباً قرینه بوده است.



شکل ۶- کاهش سایز قطرات خروجی با پیشروی طولی در محفظه احتراق



شکل ۷- توزیع فضای گسسته قطر قطرات خروجی از نازل



شکل ۸- کانتور سرعت خروجی از نازل اصلی انژکتور دوپایه ترکیب داخلی

## تأثیر پارامترهای ورودی فازهای گازی و مایع در توزیع قطر قطرات

با افزایش دبی جرمی هر یک از فازهای مایع و گازی، سایز قطر میانگین قطرات تغییرات چشم گیری پیدا کرده است. با افزایش فشار فاز گازی، متمیزاسیون با شدت بیشتری انجام شده و در واقع به فرآیند شکست کمک کرده خصوصاً آنکه شکست اولیه درون انژکتور اتفاق می افتد. این پدیده در شکل ۹ نمایش داده شده است.

نظر قطر قطرات و سرعت آن‌ها دارند حال آنکه ضریب نفوذ کمتری دارند [۲۲]. در مورد انژکتور مطالعه شده در این پژوهش، مصالح‌های بین میزان نفوذ، نسبت جرمی نیتروژن به آب که معادل ۰/۳۲ است و متعاقب آن زاویه پاشش ۲۶ درجه‌ای وجود داشته تا پاششی یکنواخت در محفظه احتراق انجام شده و راندمان بالاتر انژکتور، با در نظر گرفتن قطر و سرعت قطرات بدست آمده است. مشخصات هندسی انژکتور و مقادیر جریان فاز گازی و مایع در جدول ۱ آمده است.

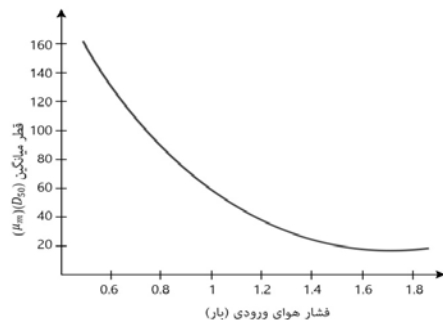
جدول ۱- مشخصات هندسی انژکتور و فیزیک جریان دو فاز انژکتور

ردیف	عنوان	مقدار
۱	قطر نازل‌های فاز گازی در ورودی محفظه اختلاط	mm ۰/۴۳
۲	قطر نازل اصلی انژکتور دو پایه ترکیب داخلی	mm ۱/۱۵
۳	طول محفظه اختلاط	mm ۷
۴	قطر ورودی جریان فاز گازی	mm ۴/۸
۵	قطر ورودی‌های فاز مایع	mm ۸/۶
۶	سیال فاز مایع	آب مقطر
۷	سیال فاز گازی	نیتروژن
۸	فشار هوای ورودی به انژکتور	bar ۳/۲۰۰/۸
۹	دبی جرمی آب ورودی به انژکتور	gr/s ۶/۶۳-۲/۱

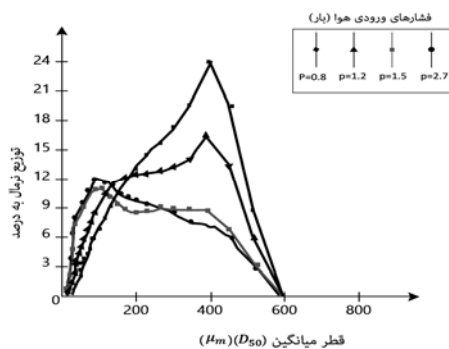
دلیل انتخاب آب به عنوان فاز مایع و نیتروژن به عنوان فاز گازی قابلیت تبدیل آسان این دو سیال از نظر خواص مکانیکی به انواع سوخت و اکسیدکننده‌های استاندارد قابل استفاده در این مدل از انژکتورها بوده و همچنین اعتبارسنجی با نتایج تجربی سایر محققان را نیز فراهم کرده است. در شکل ۶ کاهش قطر قطرات با پیشروی طولی در محفظه احتراق نمایش داده شده است. قطر قطرات با فاصله گرفتن از نازل کاهش یافته ولیکن امکان تصادم<sup>۲۹</sup> قطرات و به هم پیوستگی قطرات کوچک و شکل‌گیری قطرات بزرگتر با فاصله گرفتن از نازل انژکتور همچنان وجود داشته و دلیل آن افزایش مقطعی قطر قطرات بوده است [۲۳].

بر اساس بررسی لاگرانژی انجام شده روی قطرات، کمترین قطر میانگین در فاصله طولی ۲۶۰ میلی متری از نازل بدست آمده و پس از آن به علت تصادم قطرات و بهم پیوستگی آنها قطر میانگین ثابت مانده و یا اندکی البته به صورت مقطعی افزایش یافته که در شکل ۷ نمایش داده شده است.

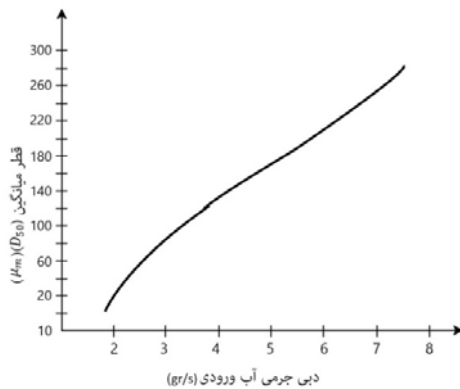
کانتور سرعت خروجی از انژکتور نیز در شکل ۸ نمایش داده شده است. بیشترین سرعت در راستای خروجی نازل و در مرکز پروفایل سرعت متوسط خروجی به مقدار ۹/۱ متر بر ثانیه بوده و مقداری نیز همواره جریان برگشتی به دلیل تولید گردابه‌های جریان در محفظه احتراق داشته است. این جریان‌های برگشتی ناشی از



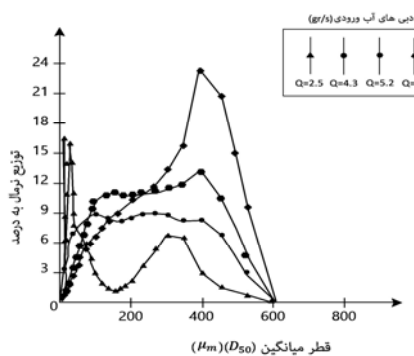
شکل ۹- کاهش سایز قطر قطرات خروجی با افزایش فشار فاز گازی



شکل ۱۰- توزیع نرمال قطر میانگین قطرات بر اساس فشارهای ورودی مختلف فاز گازی



شکل ۱۱- افزایش سایز قطر قطرات خروجی با افزایش دبی جرمی آب



شکل ۱۲- توزیع نرمال قطر میانگین قطرات بر اساس دبی‌های جرمی مختلف فاز مایع

این کاهش سایز قطر میانگین دارای نقطه بهینه و در واقع در یک بازه فشاری حدود ۱/۲ بار تا ۲ بار ثابت بوده‌است. پس از حدود ۲ بار، مجدداً افزایش سایز قطر میانگین به دلیل افزایش شانس تصادم قطرات و بهم پیوستگی آنها پیش آمده‌است [۲۴].

بررسی این نکته در شرایط کاری انژکتور ضروری می‌باشد که با چه فشاری از سیال فاز گازی ورودی، توزیع یکنواختی از قطر قطرات درون محفظه احتراق بدست می‌آید. مطلوب‌ترین شرایط، کاهش حداکثری قطر قطرات و بیشترین میزان از توزیع یکنواخت این قطر میانگین حداقلی می‌باشد [۲۵]. در شکل ۱۰، توزیع نرمال پراکنده‌گی قطر میانگین قطرات بر اساس فشارهای مختلف سیال گازی اکسیدکننده که در اینجا با نیتروژن جایگزین شده‌است، نمایش داده شده و مشاهده شده است که بهترین عملکرد از نظر توزیع یکنواخت قطرات در دبی جرمی ثابت از سیال فاز مایع سوخت، در فشار ورودی ۱/۵ بار رخ داده‌است.

دلیل افزایش ناگهانی منحنی‌ها در بعضی از فشارهای بالا، افزایش شانس تصادم قطرات و ایجاد قطرات بزرگتر ناشی از بهم پیوستن قطرات کوچکتر بوده‌است.

در نقطه مقابل، با افزایش دبی جرمی فاز مایع و ثابت نگهداشتن فشار فاز گازی بر روی ۱/۵ بار، میزان کمتری از فاز گازی یا همان سیال اکسیدکننده در فاز گازی برای شکست لایه اکنون بزرگتر شده‌ی فاز مایع یا همان سوخت در دسترس بوده که همانطور که در شکل ۱۱ نمایش داده شده، منجر به بزرگتر شدن نمایی قطر میانگین قطرات شده‌است.

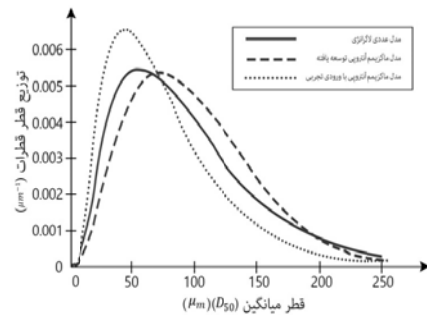
در این شرایط نیز توزیع نرمال قطر میانگین قطرات در دبی‌های جرمی متفاوتی از جریان سوخت ورودی مطالعه شده و در شکل ۱۲ نمایش داده شده‌است. در دبی جرمی ۲/۵ گرم بر ثانیه، تعداد قطرات با قطر کمتر از ۸۰ میکرومتر افزایش یافته که این پدیده به دلیل واکنش حداکثری بین فاز گازی و مایع و سبب افزایش ناگهانی شدت توربولانس بوده‌است [۲۶]. با افزایش دبی جرمی فاز مایع یا همان سوخت به میزان ۴/۳ گرم بر ثانیه، توزیع قطر میانگین قطرات یکنواخت شده و نمودار آن بدون جهش ناگهانی در نمودار توزیع به خصوص در قطر قطرات بالا بدست آمده‌است. همچنین آشکارا مشاهده شده که با افزایش دبی جرمی سوخت، تعداد قطرات با قطر میانگین بالا افزایش یافته و یکنواختی توزیع نیز از بین رفته‌است [۲۷]. بنابراین بایستی در طراحی سیستم سوخت‌رسان، دبی حداکثری سوخت در هر انژکتور را با توجه به هندسه انتخاب شده در نظر گرفت و راه حل جبران آن استفاده از انژکتورهای با مشخصه هندسی بالاتر و یا تعداد بیشتری انژکتور می‌باشد. در اینجا با اطلاعات بدست آمده از مشاهدات فوق، دبی جرمی ۴/۳ گرم بر ثانیه و فشار فاز گازی ۱/۵ بار به عنوان نقطه کاری انتخاب شده که متعاقب آن زاویه پاشش ۲۶ درجه بدست آمده‌است.



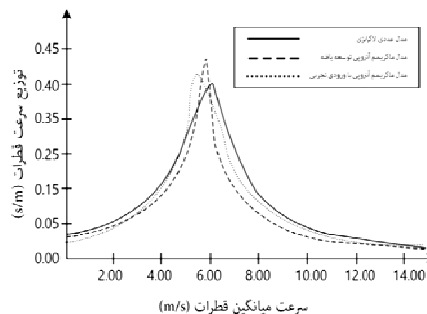
## مقایسه نتایج روش عددی لاگرانژی با روش ماکزیمم آنتروپی و نتایج تجربی

همان‌طور که در شکل ۱۳ نمایش داده شده، نتایج مطالعه عددی به روش لاگرانژی بر روی قطر قطرات به نتایج روش ماکزیمم آنتروپی توسعه‌یافته و نتایج عددی بسیار نزدیک بوده و بیشترین توزیع قطرات در حدود ۶۰ میکرومتر اتفاق افتاده است. این شرایط با دبی جرمی سوخت ۴/۳ گرم بر ثانیه و فشار ورودی اکسیدکننده فاز گازی ۱/۵ بار رخ داده که شرایط بهینه کاری انژکتور در نظر گرفته شده است. در این شرایط کمتر از ۵/۵٪ خطا نسبت به نتایج با ورودی تجربی وجود داشته است.

در شکل ۱۴، توزیع سرعت قطرات به کمک روش لاگرانژی و روش‌های ماکزیمم آنتروپی با ورودی تجربی و توسعه یافته نمایش داده شده است. همان‌طور که انتظار می‌رود، هر سه این روش‌ها توزیع حداکثری بر روی سرعت حدود ۶ متر بر ثانیه را نمایش داده‌اند که نتایج این تحلیل عددی با نتایج تجربی ۳/۸٪ اختلاف داشته‌اند. با افزایش سرعت و متعاقباً انرژی توربولانس، دامنه موج‌های ریز صفحه سیال افزایش یافته است. اغتشاش اولیه ناشی از اختلاف سرعت بین جریان فاز گازی و مایع درون انژکتور بوجود آمده و سپس انرژی توربولانس به شدت یافتن این ناپایداری‌ها و در نهایت شکست کمک کرده است. بنابراین با تقویت دامنه اغتشاشات اولیه به کمک انرژی توربولانس، در نهایت کاهش قطر قطرات و یکنواختی بیشتر در توزیع سرعت و قطر قطرات بدست آمده است.



شکل ۱۳- مقایسه روش عددی لاگرانژی با روش‌های ماکزیمم آنتروپی و تجربی در توزیع قطر میانگین قطرات [۱۶،۱۵]



شکل ۱۴- مقایسه روش عددی لاگرانژی با روش‌های ماکزیمم آنتروپی و تجربی در توزیع سرعت میانگین قطرات [۱۶،۱۵]

## نتیجه‌گیری

در این پژوهش، یک مدل انژکتور دوپایه ترکیب داخلی دوفازی به کمک نرم‌افزار فلوئنت مورد بررسی قرار گرفته است. میدان حل درون انژکتور به کمک روش توربولانسی K-ε و مدل RNG تحلیل شده و جریان خروجی اتمایر نیز به کمک حل عددی لاگرانژی مورد بحث قرار گرفته است. پارامتر فشار هوای ورودی به عنوان فاز گازی اکسیدکننده بررسی شده و مشخص شده که با افزایش فشار ورودی، فرآیند اتمیزاسیون بهبود یافته و در بازه مشخص ۱/۲ تا ۲ بار با نقطه بهینه ۱/۵ بار، شرایط کاری انژکتور تعریف شده است. با افزایش فشار ورودی فاز گازی به بیش از ۲ بار، شانس تصادم ذرات و نهایتاً بهم پیوستگی آنها بیشتر شده و مجدداً قطر قطرات افزایش یافته است. همچنین منحنی توزیع قطرات در نقطه بهینه ۱/۵ بار، بدون جهش ناگهانی و تقریباً یکنواخت و تخت شده است. در مقابل نیز با افزایش دبی جرمی فاز مایع به عنوان سوخت، به دلیل کم‌بودن نسبت سیال گازی کمکی برای اتمیزاسیون، قطر قطرات به صورت نامی افزایش یافته است. در دبی‌های جرمی خیلی کم از فاز مایع ورودی، به دلیل برتری مطلق فاز گازی در اتمیزاسیون و تشدید توربولانس، سایز قطرات به شدت کاهش یافته ولیکن منحنی توزیع قطر قطرات نوسانی شده و توزیع یکنواختی صورت نگرفته است. در دبی جرمی سوخت ۴/۳ گرم بر ثانیه، توزیع قطر قطرات یکنواخت شده و کیفیت افشانه افزایش پیدا کرده و بیشترین توزیع برای قطر قطرات حدود ۶۰ میکرومتر بوده است. بیشترین نفوذ افشانه بر اساس دبی جرمی سوخت ۴/۳ گرم بر ثانیه و فشار ورودی اکسیدکننده فاز گازی ۱/۵ بار متعاقباً در زاویه ۲۶ درجه و کوچکترین قطر قطرات در فاصله ۲۶۰ میلی‌متری از خروجی نازل بدست آمده‌اند.

در نهایت با مقایسه نتایج عددی روش لاگرانژی، روش ماکزیمم آنتروپی توسعه یافته و ماکزیمم آنتروپی بر اساس داده‌های تجربی، توزیع قطر و سرعت قطرات انطباق بسیار قابل قبولی در رنج کاری در نظر گرفته شده برای انژکتور داشته است. بدین ترتیب یک روش مدل‌سازی عددی برای طراحی انژکتور دوپایه ترکیب داخلی دوفازی بدست آمده تا بتوان بدون نیاز به روش‌های تجربی پرهزینه و زمان‌بر، طراحی اولیه و نتایج قابل قبولی برای کاربردهای گوناگون این مدل انژکتور بدست آورد.

## مراجع

- [1] Movahednezhad, E., Investigation of Spray using Maximum Entropy Model, PhD Thesis, Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, 2011 (in Persian)
- [2] Huimin, Liu., "Science and Engineering of Droplets: Fundamentals and Applications", Noyes Publications, 2000.
- [3] J. Shinjo, A., "Umamura, Simulation of liquid jet primary breakup: Dynamics of ligament and droplet formation," *International journal of multiphase Flow*, Vol. 36, No. 7, 2010, pp. 513-532.

- [15] K. Sallam, Z. Dali, G. Faeth, Liquid breakup at the surface of turbulent round liquid jets in still gases, *International journal of Multiphase Flow*, Vol. 28, No. 3, 2002, pp. 427-449.
- [16] Lefebvre, A. H., *Atomization and sprays*, Washington, DC: Hemisphere Publishing Corporation, 1989.
- [17] Baumgarten, C., *Mixture Formation in internal Combustion Engines*, Berlin: Springer, 2006, pp. 294.
- [18] Negeed, E.-S., Hidaka, R.S. M., Y. Takata, K., "Experimental and analytical Investigation of liquid sheet breakup characteristics," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 32, No. 1, 2011, pp. 95-106.
- [19] Batarseh, Z., F., Gnirß, M., V. Roisman, I. and Tropea, C., "Fluctuations of a spray generated by an air blast atomizer", *Experiments in Fluids*, Vol. 46, 2009, pp. 1081-1091
- [20] Yakhot, V. and Orzag, S.A., "Renormalization group analysis of turbulence: basic theory," *Journal of Scientific Computing*, Vol. 1, 1986, pp. 39-51
- [21] Watanawanyoo, P., Hirahara, H., Mochida, H., Furukawa, T., Nakamura, M. and Chaitep, S., "Experimental investigations on spray characteristics in twin-fluid Atomizer", *Procedia Engineering, Elsevier Publisher*, Vol. 24., 2011, pp. 866-872,
- [22] Reitz, R.D., "Mechanisms of atomization processes in high-pressure evaporizing sprays," *Atomization Spray*, Vol.3, No.8, 1987, pp. 309-337.
- [23] A. Kushari, Y. Neumeier and O. Is, "Internally Mixed Liquid Injector for Active Control of Atomization Process," *J. Propul.Power*, Vol.17, No. 4, 2001, pp. 878-882.
- [24] Chen, S., Fan, Y., Yan, Z., Wang and CLu, W., CFD "simulation of gas-solid two-phase flow and mixing in a FCC riser with feed stock injection," *Powder Technol*, Vol. 287, 2016, pp. 29-42.
- [25] Cheng, C., Li, H.X., Feng, Y.C. and Feng, Y., "Application of discrete element method in numerical simulation of swirl nozzle," *J. Eng. Thermo phys*, Vol. 36, No. 10, 2015, pp. 2183-2187.
- [26] Gnirß, M., Roisman, I.V., Tropea, C., "Fluctuations of a spray generated by an airblast atomizer," *Experiments in Fluids*, Vol. 46, 2009, pp.1081-1091.
- [4] Shinjo, J., Umemura, A., "Surface instability and primary atomization characteristics of straight liquid jet sprays," *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 37, No. 10, 2011, pp. 1294-1304.
- [5] Nukiyama, S., Tanasawa, Y., Experiments on the atomization of liquids in an air stream, 1939 .
- [6] Lorenzetto, G., Lefebvre, A., "Measurements of drop size on a plain-jet airblast atomizer," *AIAA Journal*, Vol. 15, No. 7, 1977, pp. 1006-1010.
- [7] Eroglu, H., Chigier, N., Farago, Z., "Coaxial atomizer liquid intact lengths," *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics (1989-1993)*, Vol. 3, No. 2, 1991, pp. 303-308.
- [8] Engelbert, C., Hardalupas, Y., Whitelaw, J., "Breakup phenomena in coaxial airblast atomizers," in *Proceeding of The Royal Society*, pp. 189-229.
- [9] Mayer, W., Branam, R., "Atomization characteristics on the surface of a round liquid jet," *Experiments in fluids*, Vol. 36, No. 4, 2004, pp. 528-539.
- [10] Varga, C., Lasheras, J.C., Hopfinger, E., "Initial breakup of a small-diameter liquid jet by a high-speed gas stream," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 497, 2003, pp. 405-434.
- [11] Villiermaux, E., Marmottant, P., Duplat, J., "Ligament-mediated spray formation," *Physical review letters*, Vol. 92, No. 7, 2004, pp. 074501.
- [12] Liu, H.-F., Li, W.-F., Gong, X., -K. Cao, X., Xu, J.-L., Chen, X.-L., Wang, Y.-F., Yu, G.-S., Wang, F.-C., Yu, Z.-H., "Effect of liquid jet diameter on performance of coaxial two-fluid airblast atomizers," *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, Vol. 45, No. 4, 2006, pp. 240-245.
- [13] Baharanchi, A.A., Darus, A.N., Ansari, M., Baharanchi, E.A., "An optimum method of capturing interface and a threshold Weber number for inclusion of surface tension force in simulation of nozzle internal flow in pressure swirl atomizers," in *Proceeding of American Society of Mechanical Engineers*, pp. 135-146.
- [14] Mosavi, S.H., Development of a Maximum entropy Model to Investigate the Spray failure of a two-pin injector, PhD Thesis, Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, 2015 (in Persian).



مقاله علمی - پژوهشی

# کنترل تطبیقی بهینه وضعیت ماهواره در حضور عدم قطعیت در اینرسی با استفاده از پارامترهای مارکوف

محمد نوابی<sup>۱\*</sup> و نازنین صفایی حشکوائی<sup>۲</sup>

۱ و ۲- دانشکده مهندسی فناوری های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

\* m\_navabi@sbu.ac.ir

همواره در طی مأموریت های فضایی عدم قطعیت در مسئله کنترل وضعیت ماهواره ها وجود دارد. از این رو کنترل تطبیقی روشی است که مورد توجه قرار می گیرد. از جمله مشکلات کنترل تطبیقی حجم محاسباتی بالا و نبود روش تئوری عمومی برای طراحی مکانیزم تطبیقی می باشد. در این مقاله یک روش کنترلی بر اساس مفاهیم تطبیقی و بهینه با استفاده از پارامترهای مارکوف جهت کنترل سرعت زاویه ای و وضعیت ماهواره معرفی می شود. این روش دارای قابلیت دنباله روی فرمان است، و براساس گروه متعامد خاص از مرتبه سه گسترش می یابد و مشکل سینگولاریتی ندارد. همچنین جهت مقایسه این روش با دیگر روش های کنترلی، روش کنترلی بهینه تنظیم کننده مربعی خطی (LQR) نیز شبیه سازی می گردد. در نهایت نتایج حاصل از شبیه سازی ها بیانگر این است که عملکرد روش کنترلی تطبیقی ارائه شده بهینه است، و همچنین این روش نسبت به عدم قطعیت در اینرسی مقاوم می باشد.

واژه های کلیدی: کنترل وضعیت ماهواره، کنترل تطبیقی، پارامترهای مارکوف، روش حداقل مربعات بازگشتی

## علائم و اختصارات

$T_q(i)$	بهره کنترلر		
$\delta\omega$	بردار خطای سرعت زاویه ای		
$\omega_f$	سرعت نهایی مطلوب	$\bar{\omega}$	بردار سرعت زاویه ای
$(\delta\omega)_e$	بردار خطای سرعت در نقطه تعادل	$\vec{h}_{B/I}$	بردار مومنوم زاویه ای
$n_{controller}$	مرتبه کنترلر	$\bar{T}$	گشتاور کنترلی
$R$	ماتریس دوران وضعیت هر لحظه	$u(i)$	سیگنال ورودی کنترلر
$h$	گام زمانی	$r(t)$	سیگنال کنترلی مرجع
$\delta R$	ماتریس دوران خطای وضعیت	$\phi(i)$	بردار رگرسیون
$R_f$	ماتریس دوران وضعیت نهایی مطلوب	$P(i)$	ماتریس کوواریانس
PD	Proportional Derivative	$I$	ماتریس ممان اینرسی
LQR	Linear Quadratic Regulator	$w(i)$	سیگنال اغتشاش
SO(3)	Three-dimensional Special Orthogonal Group	$v(i)$	نویز اندازه گیری شده
RLS	Recursive Least Squares	$z(i)$	متغیر عملکرد
MIMO	Multi-input Multi-output	$G_{zu}$	تابع تبدیل
		$H_j$	پارامتر مارکوف
		$\theta(i)$	پارامترهای کنترلر
		$S_q(i)$	بهره کنترلر

## مقدمه

بهره برداری از تجهیزات و تکنولوژی روز دنیا در تمامی زمینه های مختلف علمی مانند مهندسی هوافضا [۳-۱] و رباتیک [۷-۴] نیازمند

۱. دانشیار (نویسنده مخاطب)  
 ۲. دانشجوی کارشناسی ارشد